

Розділ 4

ЕНЕРГЕТИКА АГРОПРОМИСЛОВОГО КОМПЛЕКСУ

УДК 621.359:621.31

АНАЛІЗ НЕУСТАЛЕНИХ ЕЛЕКТРОМАГНІТНИХ ПРОЦЕСІВ У ФРАГМЕНТІ ЕЛЕКТРОЕНЕРГЕТИЧНОЇ СИСТЕМИ НА ОСНОВІ КЛАСИЧНИХ ПІДХОДІВ ДО МОДЕЛЮВАННЯ

*А. Чабан, д. т. н., В. Левонюк
Львівський національний аграрний університет*

Постановка проблеми. Сучасна електроенергетична система являє собою складний комплекс різноманітних взаємопов'язаних елементів: генераторів, трансформаторів, ліній електропередачі, електродвигунів тощо. Її робота в будь-який момент часу характеризується певним значенням потужності на виводах генераторів і в споживачів, напругою у різних вузлових точках, струмом у різних елементах, частотою та іншими величинами. Стан системи визначається зміною цих параметрів. Під час аварійних ситуацій ці параметри змінюються дуже швидко й досягають аварійних значень і можуть пошкодити коштовне електроенергетичне обладнання, що негативно вплине на стан роботи системи. Апарат математичного моделювання дає змогу уникнути використання дорогих натурних експериментів для дослідження перехідних процесів в елементах електроенергетичних систем. Тому дослідження неусталених процесів в електроенергетичних системах на основі математичного моделювання є важливою науково-технічною проблемою.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Проблемі аналізу електромагнітних перехідних процесів у фрагменті електроенергетичної системи присвячено велику кількість наукових робіт та публікацій як вітчизняних, так і закордонних дослідників. Детальний аналіз останніх досліджень і публікацій було здійснено нами в [1], натомість у нинішній праці ми розглянемо лише ті роботи, які найближчі до теми цієї праці.

У роботі [2] розроблено математичну модель електроенергетичної системи для дослідження процесів при розв'язанні задач несиметричних режимів. Як основний елемент уніфікації схем заміщення використано багатополіусник, вузлові провідності якого враховують групи з'єднання фазних обмоток і особливості схем регулювання напруги трансформаторів.

Описуються проблеми, які виникають під час розроблення математичних моделей та макромоделей ліній електропередачі, у роботі [3]. Також розроблено дискретну макромодель лінії електропередачі в однофазному вигляді з

використанням «чорного ящика». Представлено опис моделі, порядок її створення та отримані результати досліджень.

У [4] розглядається побудова математичної моделі лінії електропередачі, що дозволяє отримати розподіл напруг та струмів у лінії в усталеному та перехідному станах. Особлива увага приділяється обчисленню взаємних ємностей проводів, що визначають витік енергії між провідниками і землею.

Розроблено математичну модель дво- та трипровідної лінії електропередачі змінного струму для дослідження неусталених процесів та явищ перенапруг у лінії 500 кВ у праці [5]. На основі програмного комплексу АТР-ЕМТР було розраховано перехідні процеси та досліджено явища перенапруг під час аварійного стану лінії.

У роботі [6] проведено аналіз електромагнітних неусталених процесів в електричній мережі, яка має таку конфігурацію: джерело живлення – силовий трансформатор – лінія електропередачі – автотрансформатор – навантаження. Математичну модель мережі сформовано в координатному базисі напруг та струмів віток електричних кіл, поточкозчеплень та магнітних напруг віток магнітних кіл електромагнітних апаратів на підставі окремих моделей кожного елементу. Виконано комп'ютерне моделювання блока електропередачі у середовищі MATLAB/Simulink та наведено результати досліджень перехідних процесів.

Постановка завдання. Метою роботи є побудова математичної моделі фрагмента електроенергетичної системи та з її допомогою проведення аналізу неусталених електромагнітних процесів, які відбуваються у мережі.

Виклад основного матеріалу. Під час побудови математичних моделей електроенергетичних систем науковці використовують два основних підходи: класичні та варіаційні. Кожен із цих підходів, за словами Уайта й Вудсона [7], призводить до вірних результатів, якщо, зрозуміло, правильно їх застосовувати. Оскільки в нинішній праці ми не будемо враховувати електростатичних впливів (явище корони), термодинамічних впливів (нагрівання електропроводів, особливо під час плавлення ожеледі), механічних впливів на проводи, зокрема різного роду коливань (особливо резонансних й близьких до резонансу (биття коливань) процесів) тощо, то можна обмежитися й класичними підходами, які ґрунтуються на законі збереження енергії.

На рис. 1 репрезентовано фрагмент досліджуваної електричної мережі електроенергетичної системи, основним елементом якої є довга лінія. Очевидно, що для аналізу неусталених електромагнітних процесів у довгій лінії потрібно використати телеграфне рівняння [8]:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = L_0 C_0 \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + (C_0 R_0 + g_0 L_0) \frac{\partial u}{\partial t} + g_0 R_0 u \quad (1)$$

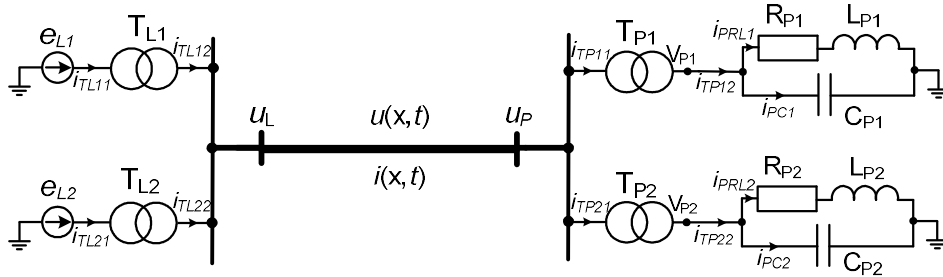


Рис. 1. Фрагмент електричної мережі електроенергетичної системи.

Перепишемо рівняння (1) у такому вигляді:

$$\frac{\partial v}{\partial t} = (C_0 L_0)^{-1} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - (g_0 L_0 + C_0 R_0) v - g_0 R_0 u \right), \quad \frac{\partial u}{\partial t} = v, \quad (2)$$

де R_0 , C_0 , g_0 , L_0 – погонні параметри лінії (активний опір, ємнісна провідність, активна провідність та індуктивність).

Запишемо рівняння Ψ -типу для трансформаторів:

$$\frac{d\Psi_{TLj1}}{dt} = e_{Lj} - r_{TLj1} i_{TLj1}, \quad \frac{d\Psi_{TLj2}}{dt} = u_L - r_{TLj2} i_{TLj2}, \quad j = 1, 2; \quad (3)$$

$$\frac{d\Psi_{TPj1}}{dt} = u_P - r_{TPj1} i_{TPj1}, \quad \frac{d\Psi_{TPj2}}{dt} = V_{Pj} - r_{TPj2} i_{TPj2}, \quad j = 1, 2, \quad (4)$$

де Ψ – потокозчеплення обмоток трансформаторів; $r_{TLj1}, r_{TLj2}, r_{TPj1}, r_{TPj2}$ – активні опори обмоток трансформаторів; $u_L \equiv u_1$ – напруга з лівого боку лінії; $V_{Pj} \equiv u_{CPj}$ – напруга на шинах трансформатора з правого боку на нижчій стороні; j – номер трансформатора.

Також запишемо рівняння для опису струмів та напруг в інших елементах мережі:

$$\frac{di_{PRLj}}{dt} = \frac{1}{L_{Pj}} (V_{Pj} - R_{Pj} i_{PRLj}), \quad \frac{du_{CPj}}{dt} = \frac{i_{TPj2} - i_{PRLj}}{C_{Pj}}, \quad j = 1, 2. \quad (5)$$

Замінивши рівняння Ψ -типу трансформатора (3), (4) на рівняння A -типу [9], отримаємо:

$$\begin{aligned} \frac{di_{TLj1}}{dt} &= A_{11Lj} (e_{Lj} - r_{TLj1} i_{TLj1}) + A_{12Lj} (u_L - r_{TLj2} i_{TLj2}), \\ \frac{di_{TLj2}}{dt} &= A_{21Lj} (e_{Lj} - r_{TLj1} i_{TLj1}) + A_{22Lj} (u_L - r_{TLj2} i_{TLj2}); \quad j = 1, 2. \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \frac{di_{TPj1}}{dt} &= A_{11Pj}(u_P - r_{TPj1}i_{TPj1}) + A_{12Pj}(V_{Pj} - r_{TPj2}i_{TPj2}), \\ \frac{di_{TPj2}}{dt} &= A_{21Pj}(u_P - r_{TPj1}i_{TPj1}) + A_{22Pj}(V_{Pj} - r_{TPj2}i_{TPj2}); \quad j = 1, 2, \end{aligned} \quad (7)$$

де A_{km} – коефіцієнти, що залежать від обернених індуктивностей трансформатора [9],

j – номер трансформатора.

Для розв'язання телеграфного рівняння (2) потрібно знайти крайові умови до нього. Запишемо рівняння зв'язку між елементами заступної схеми лінії з розподіленими параметрами (рис. 2), застосувавши другий закон Кірхгофа:

$$-\frac{\partial u(x,t)}{\partial x} = R_0 i(x,t) + L_0 \frac{\partial i(x,t)}{\partial t}. \quad (8)$$

Дискретизуючи рівняння (2) та (8) за методом скінченних різниць, отримаємо:

$$\frac{dv_j}{dt} = (C_0 L_0)^{-1} \left(\frac{u_{j-1} - 2u_j + u_{j+1}}{(\Delta x)^2} - (g_0 L_0 + C_0 R_0) v_j - g_0 R_0 u_j \right), \quad u_1 = u(x,t)|_{x=0}, \quad u_N = u(x,t)|_{x=l} \quad (9)$$

$$-\frac{u_{j+1} - u_{j-1}}{2\Delta x} = R_0 i_j + L_0 \frac{di_j}{dt}, \quad \frac{du_j}{dt} = v_j, \quad j = 1, \dots, N. \quad (10)$$

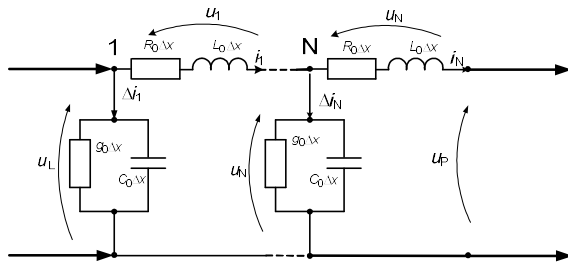


Рис. 2. Заступна схема довгої лінії із розподіленими параметрами.

Проаналізувавши рівняння (9) і (10), бачимо, що для знаходження напруги на першому та останньому вузлах дискретизації необхідно знайти невідомі напруги у фіктивних вузлах u_0 та u_{N+1} .

Запишемо рівняння стаціонарних зв'язків, використавши перший закон Кірхгофа (див. рис. 1, 2):

$$i_{TL12} + i_{TL22} - i_1 - \Delta i_{1C} - \Delta i_{1g} = 0, \quad i_N - i_{TP11} - i_{TP21} = 0, \quad (11)$$

де

$$\Delta i_{1g} = \Delta x g_0 u_1, \quad \Delta i_{1C} = \Delta x C_0 \frac{du_1}{dt} = \Delta x C_0 v_1. \quad (12)$$

Продиференціювавши перше рівняння в (11) та рівняння (12) за часом із урахуванням початкових умов, отримаємо:

$$\frac{di_{TL12}}{dt} + \frac{di_{TL22}}{dt} - \frac{di_1}{dt} - \frac{d\Delta i_{1C}}{dt} - \frac{d\Delta i_{1g}}{dt} = 0, \quad \frac{d\Delta i_{1g}}{dt} = \Delta x g_0 v_1, \quad \frac{d\Delta i_{1C}}{dt} = \Delta x C_0 \frac{dv_1}{dt}. \quad (13)$$

Тепер на основі першого виразу в (10) запишемо рівняння для визначення струму в першій та останній вітках лінії:

$$\frac{di_1}{dt} = \frac{1}{L_0} \left(\frac{u_0 - u_2}{2\Delta x} - R_0 i_1 \right), \quad \frac{di_N}{dt} = \frac{1}{L_0} \left(\frac{u_{N-1} - u_{N+1}}{2\Delta x} - R_0 i_N \right), \quad \frac{di_N}{dt} = \frac{1}{L_0} \left(\frac{u_N - u_P}{\Delta x} - R_0 i_N \right). \quad (14)$$

Перше та друге рівняння в (14) ми отримали шляхом дискретизації (8) методом скінченних різниць із застосуванням центральної похідної, а третє рівняння – правої похідної.

Підставивши у перше рівняння в (13) друге рівняння з (6), перше рівняння з (14), друге та третє рівняння з (13), отримаємо:

$$A_{21L1} (e_{L1} - r_{TL11} i_{TL11}) + A_{22L1} (u_L - r_{TL12} i_{TL12}) + A_{21L2} (e_{L2} - r_{TL21} i_{TL21}) + A_{22L2} (u_L - r_{TL22} i_{TL22}) - \frac{1}{L_0} \left(\frac{u_0 - u_2}{2\Delta x} - R_0 i_1 \right) - \Delta x C_0 \frac{dv_1}{dt} - \Delta x g_0 v_1 = 0. \quad (15)$$

З урахуванням першого рівняння в (9), записаного для першого вузла дискретизації, отримаємо вираз для знаходження напруги u_0 у фіктивному вузлі з лівого боку заступної схеми довгої лінії (див. рис. 2):

$$u_0 = \frac{2\Delta x L_0}{3} \left[A_{21L1} (e_{L1} - r_{TL11} i_{TL11}) + A_{22L1} (u_L - r_{TL12} i_{TL12}) + A_{21L2} (e_{L2} - r_{TL21} i_{TL21}) + A_{22L2} (u_L - r_{TL22} i_{TL22}) + \frac{2 + \Delta x^2 g_0 R_0}{\Delta x L_0} u_1 - \frac{1}{2\Delta x L_0} u_2 \frac{R_0}{L_0} i_1 + \left(\frac{\Delta x (g_0 L_0 + C_0 R_0)}{L_0} - \Delta x g_0 \right) v_1 \right]. \quad (16)$$

Прирівнявши між собою друге та третє рівняння в (14), отримаємо:

$$\frac{1}{L_0} \left(\frac{u_{N-1} - u_{N+1}}{2\Delta x} - R_0 i_N \right) = \frac{1}{L_0} \left(\frac{u_N - u_P}{\Delta x} - R_0 i_N \right). \quad (17)$$

Звідси отримуємо вираз для визначення напруги u_{N+1} у фіктивному вузлі з правого боку заступної схеми довгої лінії (див. рис. 2):

$$u_{N+1} = u_{N-1} - 2(u_N - u_P). \quad (18)$$

Проаналізувавши вираз (18), можемо бачити, що у виразі є невідома напруга u_P . Для пошуку цієї напруги продиференціюємо за часом друге рівняння в (11), тоді отримаємо:

$$\frac{di_N}{dt} - \frac{di_{TP11}}{dt} - \frac{di_{TP21}}{dt} = 0. \quad (19)$$

Підставивши в рівняння (19) третє рівняння з (14) та перше рівняння із (7), отримаємо:

$$\frac{1}{L_0} \left(\frac{u_N - u_P}{\Delta x} - R_0 i_N \right) - A_{11P1} (u_P - r_{TP11} i_{TP11}) - A_{12P1} (V_{P1} - r_{TP12} i_{TP12}) - \\ - A_{11P2} (u_P - r_{TP21} i_{TP21}) - A_{12P2} (V_{P2} - r_{TP22} i_{TP22}) = 0. \quad (20)$$

Звідси отримаємо вираз для знаходження напруги з правого боку лінії:

$$u_P = \frac{\Delta x L_0}{1 + \Delta x L_0 (A_{11P1} + A_{11P2})} \left[\frac{1}{\Delta x L_0} u_N - \frac{R_0}{L_0} i_N + A_{11P1} r_{TP11} i_{TP11} - A_{12P1} (V_{P1} - r_{TP12} i_{TP12}) + \right. \\ \left. + A_{11P2} r_{TP21} i_{TP21} - A_{12P2} (V_{P2} - r_{TP22} i_{TP22}) \right]. \quad (21)$$

Струм у лінії знаходимо дискретизуючи рівняння (8) за методом скінченних різниць, але тепер використовуємо праву похідну [8]:

$$\frac{di_j}{dt} = \frac{1}{L_0 \Delta x} (u_j - u_{j+1}) - \frac{R_0}{L_0} i_j, \quad j = 1, \dots, N-1. \quad (22)$$

Сумісному інтегруванню підлягає така система рівнянь: (5) – (7), (9), (10), (22), з урахуванням (12), (16), (18), (21).

Комп'ютерну симуляцію здійснювали для аналізу перехідних процесів у фрагменті електричної мережі електроенергетичної системи, зображеної на рис. 1, зокрема досліджували стан виходу системи на усталений процес. Досліджувана система живиться від двох джерел безмежної потужності $E_{L1} = E_{L2} = 330$ кВ. Марки усіх трансформаторів Тр – АОДЦТН-333000/750/330. Параметри лінії: $R_0 = 1.9 \cdot 10^{-5}$ Ом/м, $L_0 = 9.24 \cdot 10^{-7}$ Гн/м, $C_0 = 1.31 \cdot 10^{-11}$ Ф/м, $g_0 = 3.25 \cdot 10^{-11}$ См/м, $l = 360$ км. Параметри навантаження: $R_{P1} = R_{P2} = 145$ Ом, $L_{P1} = L_{P2} = 0,36$ Гн, $C_{P1} = C_{P2} = 0,05 \cdot 10^{-6}$ Ф.

На рис. 3, 4 показано просторовий розподіл напруги та струму у лінії в момент часу $t = 0,002$ с та $t = 0,004$ с. Проаналізувавши графіки, бачимо, що в момент часу $t = 0,002$ с напруга та струм найбільше значення мають на початку лінії 310 кВ та 1,1 кА, коли в кінці лінії напруга дорівнює 180 кВ, а значення струму практично рівне нулю. У момент часу $t = 0,004$ с картина істотно змінилася, напруга на початку лінії має значення 625 кВ, поступово збільшується ближче до середини лінії до 700 кВ і знову зменшується у кінці лінії до 675 кВ. Щодо змін струму, то струм

на початку лінії має значення 1,025 кА, поступово зменшуючись при збільшенні довжини лінії, і в кінці набуває значення 0,65 кА. Такий перебіг процесів можна пояснити тим, що як тільки відбулась комутація електрорушійних сил (див. рис. 1), по лінії почали підніматися електромагнітні хвилі струму та напруги, тому на початку лінії струми та напруги є більшими, а коли хвилі доходять до кінця лінії і відбиваються – вони починають накладатися і характер процесів змінюється (крива 1, див. рис. 4).

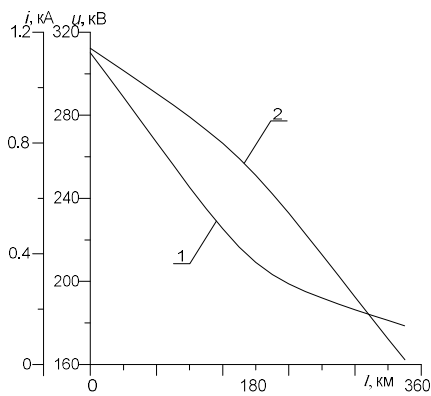


Рис. 3. Просторовий розподіл напруги (1) та струму (2) у лінії в момент часу $t = 0,002$ с.

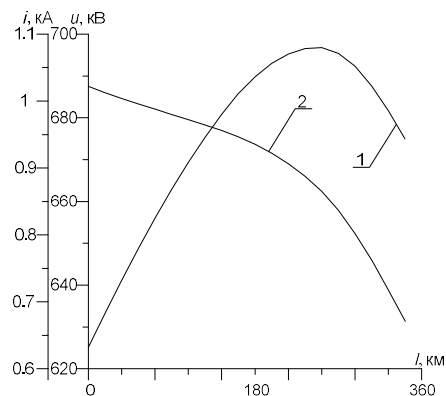


Рис. 4. Просторовий розподіл напруги (1) та струму (2) у лінії в момент часу $t = 0,004$ с.

На рис. 5 – 8 репрезентовано графіки перехідних процесів струму та напруги на початку та посередині лінії. З рис. 5 та 7 бачимо, що під час комутації значних перенапруг не було. Напруга на початку лінії збільшилася до 620 кВ, а посередині – до 700 кВ, після чого система вийшла в усталений стан і напруга на початку та посередині лінії набула значення 612 кВ.

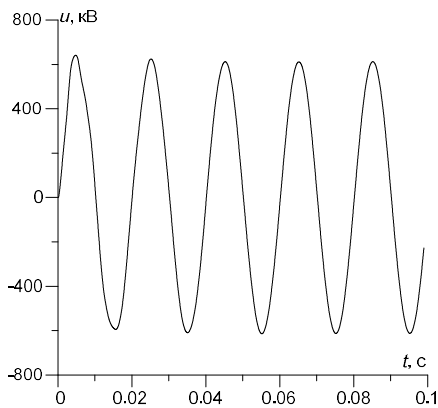


Рис. 5. Функція напруги на початку лінії.

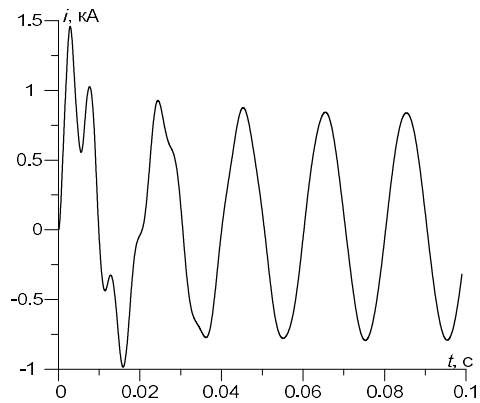


Рис. 6. Функція струму на початку лінії.

Аналізуючи графіки (див. рис. 6, 8), можемо сказати, що характер перебігу неусталених процесів функцій струму є набагато складнішим. Функція струму на початку лінії під час комутації набуває значення 1,5 кА, а посередині лінії – 1,2 кА, після чого в усталеному стані функції набувають значення 0,9 кА на початку та посередині лінії.

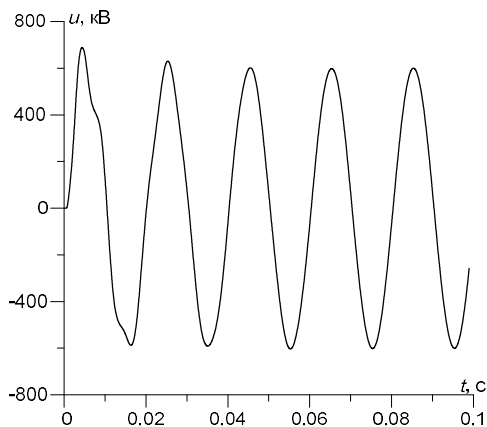


Рис. 7. Функція напруги посередині лінії.

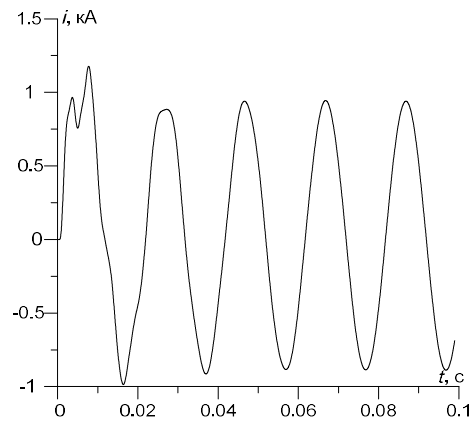


Рис. 8. Функція струму посередині лінії.

Рисунки 9 та 10 репрезентують напругу та струм лінії як функцію часової та просторової координат. Ці рисунки представлені у 3D форматі. Варто зазначити досить високу інформативність цих рисунків, яка полягає в тому, що і просторовий, і часовий розподіли створюють тривимірний простір. Доцільно згадані рисунки аналізувати, порівнюючи з рис. 3 – 8. Бачимо, як у початковий момент часу електромагнітні хвилі напруги та струму піднімаються на початку лінії і спадають до кінця й приблизно через 0,004 с відбиваються і фронти цих хвиль рухаються у зворотному напрямку. Згадані рисунки підтверджують фізичні засади стосовно хвильових електромагнітних процесів у довгих лініях електропередачі.

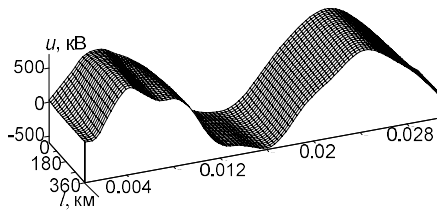


Рис. 9. Часово-просторовий розподіл функції напруги в момент часу $t [0; 0,032]$ с.

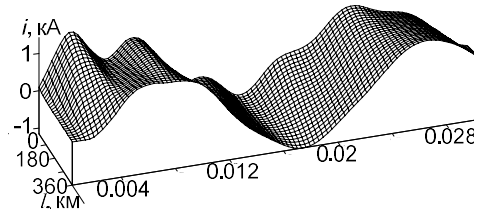


Рис. 10. Часово-просторовий розподіл функції струму в момент часу $t [0; 0,032]$ с.

Висновки. У роботі розроблено математичну модель фрагмента електричної мережі електроенергетичної системи, на основі якої проведено аналіз неусталених електромагнітних процесів у згаданій мережі. Показано один із можливих способів пошуку крайових умов до телеграфного рівняння, який дозволяє не заангажувати при цьому елементів заступної схеми самої лінії.

Бібліографічний список

1. Левонюк В. Порівняльний аналіз математичних моделей перехідних електромагнітних процесів в елементах електроенергетичних систем. *Вісник Львівського національного аграрного університету, Агроінженерні дослідження*. – 2016. – № 20. – С. 155-161.
2. Рагозин А. А. Моделирование электроэнергетических систем при решении задач несимметричных режимов. *Повышение эффективности работы энергосистем*. Москва : Энергоатомиздат, 2001. С. 51.
3. Stakhiv P., Kozak Yu., Hoholyuk O. Discrete mathematical macromodel of electric transmission line. *Przegląd elektrotechniczny*. – 2013. – № 4. – P. 272-274.
4. Нестеров Р. Е., Канев Ф. Ю., Макенова Н. А. Математическое моделирование линий электропередач и систем заземления. *Современные проблемы науки и образования*. 2015. № 1.1. С. 15-21.
5. Nayir A. Simulation of transient processes on overvoltage in electric transmission lines using ATP-EMTP. *Turkish Journal of Electrical Engineering & Computer Sciences*. 2013. № 5. P. 1553-1556.
6. Гоголюк О. П. Дослідження електропередачі в сучасних комп'ютерних середовищах. *Вісник Національного університету «Львівська політехніка»*. 2010. № 671. С. 24-31.
7. Уайд Д., Вудсон Г. Электромеханическое преобразование энергии. Ленинград : Энергия, 1964. 539 с.
8. Шимони К. Теоретическая электротехника. Москва : Мир, 1964. 776 с.
9. Чабан А. В. Принцип Гамильтона-Остроградского в электромеханических системах : монография. Львів : Вид-во Тараса Сороки, 2015. 464 с.

Чабан А., Левонюк В. Аналіз неусталених електромагнітних процесів у фрагменті електроенергетичної системи на основі класичних підходів до моделювання

Виконано аналіз перехідних електромагнітних процесів у фрагменті електричної мережі електроенергетичної системи на основі побудованої математичної моделі з використанням класичних підходів. Також у роботі для розв'язування хвильового телеграфного рівняння здійснено пошук крайових умов до нього.

Ключові слова: математична модель, перехідні процеси, електроенергетична система.

Chaban A., Levoniuk V. Analysis of transient electromagnetic processes in the fragment of the electric power system on the basis of classical approaches to modeling

The analysis of transient electromagnetic processes in the fragment of the electric network of the electric power system on the basis of the constructed mathematical model with the use of classical approaches is carried out. Also in the work for solving the wave telegraph equation, the boundary conditions were searched for him.

Key words: mathematical model, transient processes, power system.

Чабан А., Левониук В. Анализ неустановившихся электромагнитных процессов в фрагменте электроэнергетической системы на основе классических подходов к моделированию

Выполнен анализ переходных электромагнитных процессов в фрагменте электрической сети электроэнергетической системы на основе построенной математической модели с использованием классических подходов. Также в работе для решения волнового телеграфного уравнения осуществлен поиск краевых условий к нему.

Ключевые слова: математическая модель, переходные процессы, электроэнергетическая система.