

УДК 621.313.333

**КОНТИНУАЛЬНА МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ
ЕЛЕКТРОМАГНІТНОГО ПОЛЯ АСИНХРОННОЇ МАШИНИ ІЗ
ЗУБЧАСТИМ ФЕРОМАГНІТНИМ РОТОРОМ**

*Д. Гречин, к. т. н., А. Герман, ст. викладач, І. Дробот, ст. викладач
Львівський національний аграрний університет*

Постановка проблеми. Математичне моделювання нестационарних електромагнітних полів у двошаровому провідному феромагнітному безгістерезисному циліндрі має практичне значення – накопичити інженерний досвід з метою його поширення на аналіз перехідних процесів у асинхронних машинах з феромагнітними роторами, індукційного нагріву, неруйнівного контролю тощо. Застосуємо отримані в працях [1–7] результати до моделювання електромагнітних полів у асинхронних машинах з масивними зубчастими феромагнітними роторами. Для цього необхідно розв’язати комплекс задач, які передбачають:

- формування основних положень математичної теорії асинхронних машин із масивними зубчастими феромагнітними роторами, орієнтованої на використання числових методів аналізу, які коректно враховують магнітну нелінійність, неоднорідність і анізотропію матеріалу ротора та поверхневий ефект у їх взаємозв’язку, як це зроблено в [1–7];

- створення цифрових математичних моделей, як уточнених інженерних методик розрахунку нестационарних електромагнітних полів, характеристик і процесів у асинхронних машинах з масивними зубчастими феромагнітними роторами.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Дослідження електромагнітних процесів у провідних феромагнітних елементах конструкцій електричних машин є актуальною і однією з найважчих задач електродинаміки. Вичерпний її розв’язок з урахуванням складності геометрії граничних поверхонь, неоднорідності, нелінійності та анізотропності середовищ можливий тільки на основі числових методів аналізу і з використанням сучасної обчислювальної техніки. Однак для розуміння суті явищ і нагромадження інженерного досвіду в цій сфері важливе значення має вивчення електромагнітних процесів при порівняно простих геометріях граничних поверхонь.

У працях [1–3] опубліковано результати досліджень, пов’язаних з розрахунком перехідних електромагнітних процесів у нескінченній

провідній однорідній ізотропній одношаровій чи двошаровій плиті.

У [4] створено континуальну математичну модель електромагнітного поля лінійної асинхронної машини.

Роботи [5–7] присвячені математичному моделюванню нестационарного електромагнітного поля в одношаровій та двошаровій феромагнітних трубах.

Проведений аналіз результатів розрахунків дає підстави для таких висновків:

– електромагнітні процеси в провідній феромагнітній плиті чи трубі кількісно і якісно залежать від насичення, тому застосування до їх розрахунку методів, що ґрунтуються на лінійному наближенні характеристики намагнічування, є недопустимим;

– в усталених процесах при гармонічному розподілі густин струмів на поверхнях плити чи труби і їх зміні в часі за гармонічними законами амплітуди зумовлених насиченням вищих просторових гармонічних змінних індукції, напруженості та густини струму і амплітуди вищих часових гармонічних цих змінних можуть бути сумірними з амплітудами їх основних гармонічних, що позначається на розподілі густини потужності в поперечному перерізі і, як наслідок, нерівномірності нагріву.

Постановка завдання. Асинхронна машина з масивним зубчастим феромагнітним ротором є надзвичайно складним з погляду електромагнітних процесів об'єктом, і її математичне моделювання практично має розв'язок тільки за низки спрощувальних допущень:

- машина має нескінченну довжину;
- зубцеві зони статора и ротора замінені еквівалентними суцільними гомонізованими анізотропними середовищами.

Ці допущення дозволяють звести задачу розрахунку поля у двовимірну область, яка складається з шарів, граничні поверхні яких концентричні.

Виклад основного матеріалу. На рисунку в циліндричній системі координат $O\alpha z$ зображена область розрахунку електромагнітного поля асинхронної машини із зубчастим феромагнітним ротором, що відповідає одній полюсній поділці, тобто куту π/p , де p – кількість пар полюсів. Вона складається із семи шарів: центрального отвору ($r_{\text{ц}} < r \leq 0$); ярма ротора ($r_1 < r \leq r_{\text{ц}}$); зубцевої зони ротора ($r_2 < r \leq r_1$); повітряного проміжку ($r_3 < r \leq r_2$); зубцевої зони статора ($r_4 < r \leq r_3$); ярма статора ($r_5 < r \leq r_4$) і

зовнішнього простору ($\infty < r \leq r_4$).

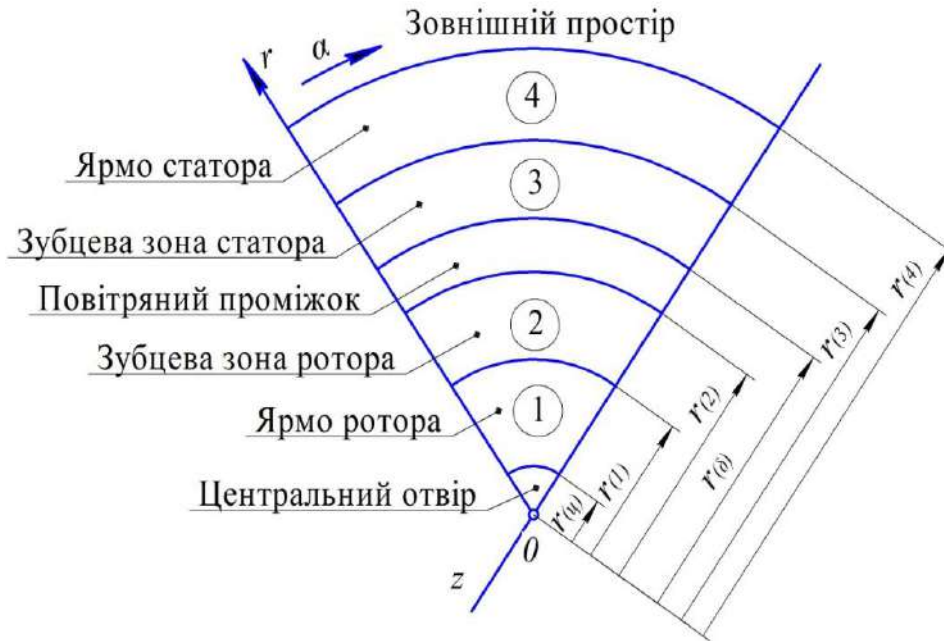


Рис. Область розрахунку електромагнітного поля синхронної машини із зубчастим феромагнітним ротором.

Електромагнітне поле в машині двовимірне: вектор A магнітного потенціалу і вектор J густини струму мають лише складову вздовж осі Oz , паралельну збуджувальним струмам, а вектор B магнітної індукції та вектор H напруженості магнітного поля – тільки складову в площині поперечного перерізу машини. Поле періодичне з періодом $2\pi / p$.

Центральний отвір, повітряний проміжок і зовнішній простір – це лінійні ізотропні непервідні середовища (повітря) з характеристикою намагнічування.

$$H_r = \nu_0 B_r; \quad H_\alpha = \nu_0 B_\alpha.$$

Електромагнітне поле в цих шарах задовольняє рівняння Лапласа. Ярмо ротора, зубцева зона ротора, зубцева зона статора і ярмо статора – це нелінійні феромагнітні середовища, характеристика намагнічування яких задана (див. [5]) у вигляді двох скалярних функцій:

$$H_r = H_r(B_r, B_\alpha); \quad H_\alpha = H_\alpha(B_r, B_\alpha), \quad (1)$$

і електромагнітне поле в цих шарах задовольняє рівняння Максвелла. Ярмо ротора і його зубцева зона є провідним феромагнітним

середовищем, а зубцева зона статора и ярмо статора – непровідне феромагнітне середовище. З іншого боку, ярмо ротора і статора ізотропні, а їх зубцеві зони – гомонізовані анізотропні. Електромагнітне поле в шарах машини описується такими рівняннями [5]:

у центральному отворі – рівнянням Лапласа:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial A}{\partial r} + \frac{\partial^2 A}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 A}{\partial \alpha^2} = 0; \quad (2)$$

в ярмі ротора – рівняннями Максвелла:

$$\frac{\partial H_\alpha}{\partial r} + \frac{H_\alpha}{r} - \frac{1}{r} \frac{\partial H_r}{\partial \alpha} = -\gamma_2(r) \frac{\partial A}{\partial t}; \quad B_r = \frac{1}{r} \frac{\partial A}{\partial \alpha}; \quad B_\alpha = -\frac{\partial A}{\partial r}; \quad (3)$$

у зубцевій зоні ротора – рівняннями Максвелла:

$$\frac{\partial H_\alpha}{\partial r} + \frac{H_\alpha}{r} - \frac{1}{r} \frac{\partial H_r}{\partial \alpha} = -\gamma_3 \frac{\partial A}{\partial t}; \quad B_r = \frac{1}{r} \frac{\partial A}{\partial \alpha}; \quad B_\alpha = -\frac{\partial A}{\partial r}; \quad (4)$$

у повітряному проміжку – рівнянням Лапласа:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial A}{\partial r} + \frac{\partial^2 A}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 A}{\partial \alpha^2} = 0; \quad (5)$$

у зубцях статора – рівняннями Максвелла:

$$\frac{\partial H_\alpha}{\partial r} + \frac{H_\alpha}{r} - \frac{1}{r} \frac{\partial H_r}{\partial \alpha} = -J_3(r); \quad B_r = \frac{1}{r} \frac{\partial A}{\partial \alpha}; \quad B_\alpha = -\frac{\partial A}{\partial r}; \quad (6)$$

у ярмі статора – рівняннями Максвелла:

$$\frac{\partial H_\alpha}{\partial r} + \frac{H_\alpha}{r} - \frac{1}{r} \frac{\partial H_r}{\partial \alpha} = 0; \quad B_r = \frac{1}{r} \frac{\partial A}{\partial \alpha}; \quad B_\alpha = -\frac{\partial A}{\partial r}; \quad (7)$$

у зовнішньому просторі – рівнянням Лапласа:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial A}{\partial r} + \frac{\partial^2 A}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 A}{\partial \alpha^2} = 0, \quad (8)$$

де A – векторний магнітний потенціал відповідного шару машини, $B_r, B_\alpha, H_r, H_\alpha$ – проекції на осі системи координат відповідно вектора B магнітної індукції та вектора H напруженості магнітного поля шару машини; $J_3(r)$ – задана густина струму зубцевого шару статора, $\gamma_2(r), \gamma_3$ – питома електрична провідність шару матеріалу ротора.

Контактні умови [5] – це рівності магнітних потенціалів A і

тангенціальних складових H_α напруженості на контактній поверхні сусідніх шарів.

Висновки. 1. Розроблено континуальну математичну модель електромагнітного поля асинхронної машини із зубчастим ферромагнітним ротором при заданих струмах фаз у двовимірній постановці, в основі якої лежить семишарова структура. Кожен її елемент однорідний, ізотропний чи анізотропний, провідний чи непровідний, з лінійними чи нелінійними магнітними властивостями. Для кожного шару складено рівняння електромагнітного поля, записані магнітні властивості, сформульовано контактні умови. На цій основі легко розробити дискретне відображення поля.

2. Створена математична модель враховує всі найважливіші фактори, які впливають на розподіл електромагнітного поля, у їх взаємозв'язку, а саме: насичення магнітопроводу машини, магнітну анізотропію її магнітопроводу, реальний гармонічний розподіл густини струму зубцевого шару машини, електричну провідність ротора машини.

Бібліографічний список

1. Filc R. Modelowanie matematyczne niestacjonarnego pola elektromagnetycznego w płycie ferromagnetycznej /Filc R., Stefaniak Z., Hreczyn D. // Prace XXIII Międzynarodowej Konferencji z Podstaw Elektrotechniki i Teorii Obwodów IC. – Gliwice : Ustron, 2000. – S. 67-72.

2. Гречин Д. П. Анализ одномерных электромагнитных полей в ведущей ферромагнитной плите при скачкообразных возбуждениях. / Д. П. Гречин // Электроэнергетические и электромеханические системы. – 2001. – № 418. – С. 38-42.

3. Гречин Д. П. Анализ бегущих электромагнитных полей в ведущей ферромагнитной плите при односторонних возбуждениях. / Д. П. Гречин // Электроэнергетические и электромеханические системы. – 2001. – № 421. – С. 45-50.

4. Гречин Д. П. Континуальная математическая модель электромагнитного поля линейной асинхронной машины / Д. Гречин, А. Герман, И. Дробот // Motrol. – Lublin ; Rzeszów, 2016. – Vol. 18, No 4. – S. 31-35.

5. Фільц Р. Математичне моделювання нестационарного електромагнітного поля у ферромагнітній трубці / Р. Фільц, Д. Гречин, З. Стефаніак // Технічна електродинаміка. Темат. вип.: Проблеми сучасної електротехніки. – 2000. – Ч. 8. – С. 3 – 8.

6. Гречин Д. П. Дослідження електромагнітних полів у провідній феромагнітній трубці / Д. П. Гречин // Вісник НУ “Львівська політехніка”: електроенергетичні та електромеханічні системи. – 2003. – № 487. – С. 140–145.

7. Гречин Д. П. Моделювання нестационарного електромагнітного поля у нескінченній двошаровій провідній феромагнітній трубці / Д. П. Гречин // Вісник НУ “Львівська політехніка”: електроенергетичні та електромеханічні системи. – 2009. – № 654. – С. 71-73.

Гречин Д., Герман А., Дробот І. Континуальна математична модель електромагнітного поля асинхронної машини із зубчастим феромагнітним ротором

Об’єкт дослідження – асинхронна машина з масивним зубчастим феромагнітним ротором, як електромеханічний перетворювач енергії, який складається із шихтованого статора, на осерді якого розташована обмотка з довільним просторовим розподілом провідників по пазах, і зубчастим провідним феромагнітним ротором. Створена континуальна математична модель її електромагнітного поля, що складається із семи шарів, при заданих струмах фаз обмотки статора. Електромагнітне поле в машині двомірне: вектор магнітного потенціалу і вектор густини струму мають тільки складову вздовж осі обертання, а вектор магнітної індукції і вектор напруженості магнітного поля – тільки складові у площині поперечного перерізу машини. Центральний отвір, повітряний проміжок і зовнішній простір – лінійні ізотропні непровідні середовища (повітря), і електромагнітне поле в цих середовищах задовольняє рівняння Лапласа. Ярмо ротора, зубцева зона ротора, зубцева зона статора і ярмо статора – нелінійні феромагнітні середовища, характеристики намагнічування яких задані у вигляді двох скалярних функцій, і електромагнітне поле у цих середовищах задовольняє рівняння Максвелла. Ярмо ротора і його зубцева зона – провідні середовища, а зубцева зона статора і ярмо статора – непровідні середовища.

Ключові слова: асинхронна машина, математична модель, електромагнітне поле, зубчастий провідний феромагнітний ротор, контактні та граничні умови.

Hreczyn D., Herman A., Drobot I. Continual mathematical model electromagnetic field linear induction machines

Object of research – linear asinchrone machine with massive serrated

ferromagnetic-netic runner, like electro-transformation-input. The energy, consisting of laminated Staten pa, at the core of which is winding with arbitrary spatial distribution conductors in the grooves, and a gear conductive fer-ferromagnetic runner. Created continual mathematical model of its electromagnetic field with given currents of the stator winding phase, which consists of seven layers. The electromagnetic field in a two-dimensional machine: magnetic vector potential and current density vector has only a component along the axis of rotation, and the magnetic induction vector and the vector of the magnetic field - only account-ing in the cross-sectional plane of the machine. Lower-her airspace, the air gap and the upper air space – iso tropic linear conductive medium (air) and electromagnetic-netic field in these layers satisfies the Laplace equation. Jarmo runner runner tooth area, the tooth of the stator and the yoke of the stator area - nonlinear ferromagnetic environment, characteristic of the magnetization of which is given in the form of two scalar functions, and the electromagnetic field in these layers satisfies the Maxwell equations. Jarmo runner and perforated zone ferromagnetic conductive medium, and the stator tooth zone and the yoke of the stator - nonconductive ferromagnetic medium. Recorded field equations, the magnetic properties of the layers, contacts and boundary conditions.

Key words: linear induction machine, mathematical model, electromagnetic field, a tooth-conductive ferrimagnetic chaty runner, contact and boundary conditions.

Гречин Д., Герман А., Дробот И. Континуальная математическая модель электромагнитного поля асинхронной машины с зубчатым ферромагнитным ротором

Объект исследования – асинхронная машина с массивным зубчатым ферромагнитным ротором, как электромеханический преобразователь энергии, состоящий из шихтованного статора, на сердечнике которого расположена обмотка с произвольным пространственным распределением проводников по пазам и зубчатым проводным ферромагнитным ротором. Создана континуальная математическая модель ее электромагнитного поля при заданных токах фаз обмотки статора, состоящей из семи слоев. Электромагнитное поле в машине двухмерное: вектор магнитного потенциала и вектор плотности тока имеют только составляющую вдоль оси вращения, а вектор магнитной индукции и вектор напряженности магнитного поля – только составляющую в плоскости поперечного сечения машины. Центральное отверстие, воздушный промежуток и внешнее

пространство – линейные изотропные непроводящие среды (воздух), и электромагнитное поле в этих средах удовлетворяет уравнению Лапласа. Хомут ротора, зубчатая зона ротора, зубчатая зона статора и хомут статора – нелинейные ферромагнитные среды, характеристика намагничивания которых задана в виде двух скалярных функций, и электромагнитное поле в этих средах удовлетворяет уравнениям Максвелла. Хомут ротора и его зубчатая зона – ведущие ферромагнитные среды, а зубчатая зона статора и хомут статора – непроводящие ферромагнитные среды.

Ключевые слова: асинхронная машина, математическая модель, электромагнитное поле, зубчатый проводный ферромагнитный ротор, контактные и граничные условия.