

ВИЗНАЧЕННЯ КІНЕМАТИЧНИХ ЗВ'ЯЗКІВ, КУТА ЗЛАМУ ПІВРАМ І ШВИДКОСТЕЙ КОЛІС ТРАКТОРА ШАРНІРНО З'ЄДНАНОГО КОМПОНУВАННЯ

Р. Антощенко, к. т. н.

*Харківський національний технічний університет
сільського господарства ім. П. Василенка*

Постановка проблеми. Аналіз динаміки трактора шарнірно з'єднаного компонування пов'язаний з підвищенням складності за рахунок особливості конструкції, тобто рама трактора складається з двох піврам, які є окремими масами та з'єдані за допомогою шарніра. Особливості функціонування такого трактора мають вплив на динаміку агрегату, до якого він входить.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Відомі дослідження динаміки трактора з шарнірно з'єднаною рамою [1-3], як окремого трактора [1], так і орного агрегату [2] або комбінованого ґрунтобробно-посівного агрегату [3]. Для спрощення математичної моделі трактора використовували двоколісну (велосипедну) модель [4]. Наведені дослідження розглядають плоско-паралельний рух трактора. Для дослідження динаміки трактора у двох площинах (плоско-паралельній та поздовжньо-вертикальній) необхідно розробити математичну модель просторової динаміки, яка буде враховувати сили та кінематичні зв'язки також у двох площинах.

Постановка завдання. Метою роботи є визначення кінематичних зв'язків, кута зламу піврам і швидкості коліс трактора з шарнірно з'єднаною рамою при повороті, що дозволяють досліджувати динаміку трактора як окремо, так і в складі машинно-тракторного агрегату.

Виклад основного матеріалу. Динамічна модель колісного трактора з шарнірно з'єднаною рамою (на прикладі трактора серії ХТЗ-170) наведена на рис. 1, де використано такі позначення: X, Y, Z – декартові координати центра мас трактора в абсолютній системі координат; α, β, γ – кути Крилова (відповідно «крен», «тангаж» та «рискання»), що задають орієнтацію трактора в абсолютній системі координат; $\omega_{11}, \omega_{12}, \omega_{21}, \omega_{22}$ – кути повороту коліс (відповідно переднього лівого, переднього правого, заднього лівого, заднього правого) навколо своїх осей при коченні; ψ – кут зламу піврам трактора; $r_{11}, r_{12}, r_{21}, r_{22}$ – радіуси відповідних коліс; l_1, l_2 – відстань від центра шарніра трактора відповідно до осі передніх та задніх коліс; b_1, b_2 – колія передніх та задніх коліс; θ – кут повороту задньої піврами трактора навколо осі X .

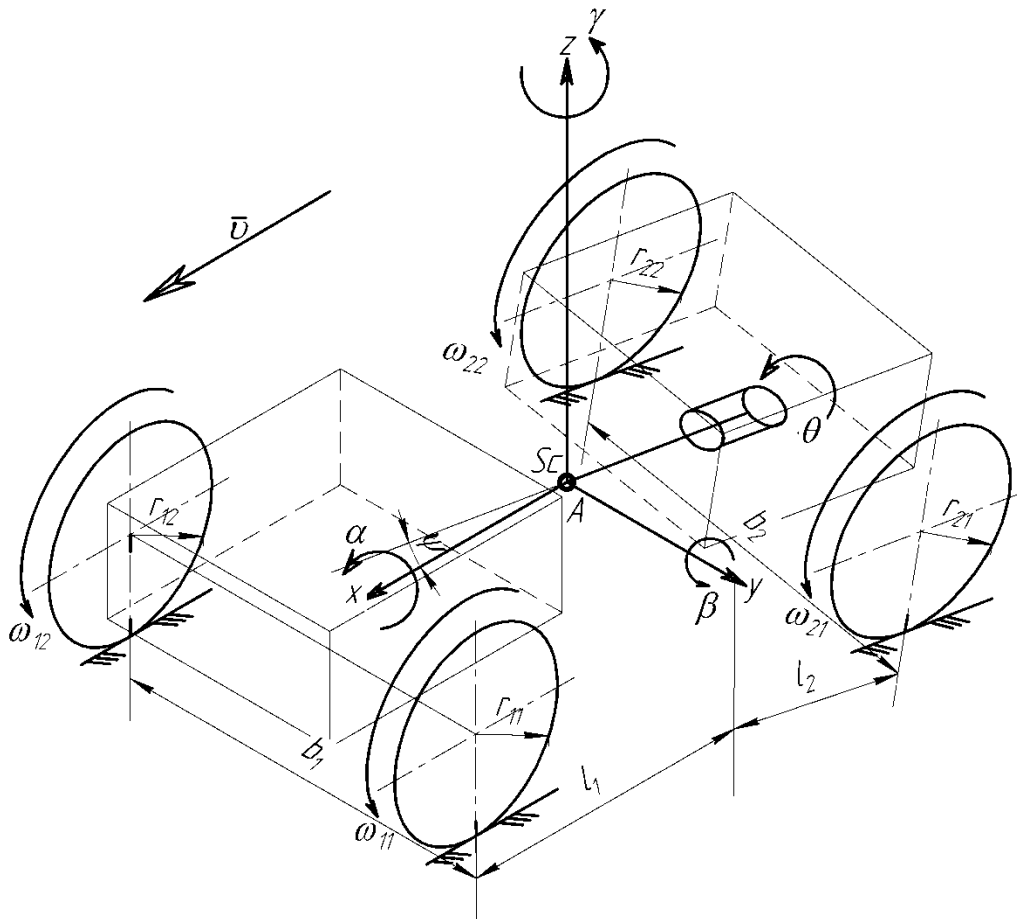


Рис. 1. Динамічна модель трактора з шарнірно з'єднаною рамою.

Горизонтальні складові швидкостей центрів коліс (точніше складові цих швидкостей у площині рами трактора) позначимо як $\bar{v}_{C_{11}xy}, \bar{v}_{C_{12}xy}, \bar{v}_{C_{21}x}, \bar{v}_{C_{22}x}$ (рис. 2). Складову швидкості центра повороту напіврам (т. А) трактора позначимо \bar{v}_{Axy} . Ці складові мають модулі, пропорційні відстаням центрів коліс до миттєвого центру швидкостей – т. Р. Запишемо їх рівняння:

$$\frac{v_{Axy}}{PA} = \frac{v_{C_{11}xy}}{PC_{11}} = \frac{v_{C_{12}xy}}{PC_{12}} = \frac{v_{C_{21}x}}{PC_{21}} = \frac{v_{C_{22}x}}{PC_{22}}. \quad (1)$$

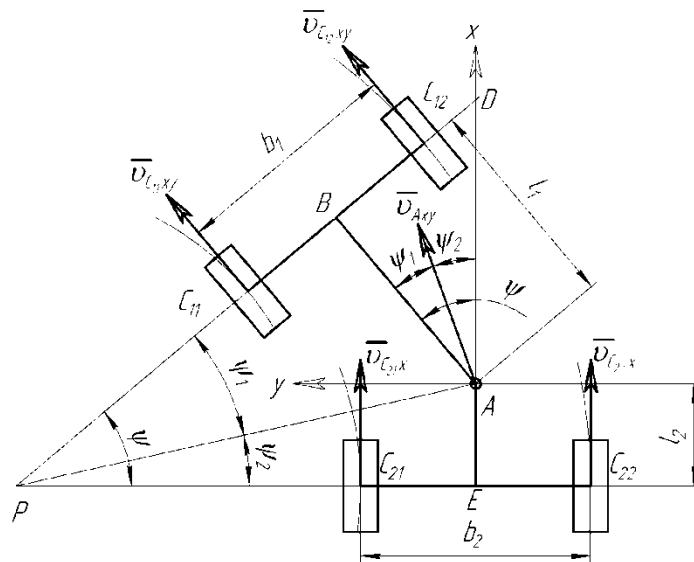


Рис. 2. Розрахункова схема повороту трактора з шарнірно з'єднаною рамою.

Виразимо відстані, що входять до (1), через конструктивні параметри рами та кут ψ , щоб уникнути виродженості цих формул при $\psi=0$. Виразимо всі швидкості, що туди входять, через швидкість v_{Axy} :

$$PE = \frac{l_2 + l_1 / \cos \psi}{\operatorname{tg} \psi} = \frac{l_1 + l_2 \cos \psi}{\sin \psi}; PC_{21} = PE - \frac{b}{2}; PC_{22} = PE + \frac{b}{2};$$

$$PA = \sqrt{PE^2 + l_2^2}; PB = \sqrt{PA^2 - l_1^2}; PC_{11} = PB - \frac{b}{2}; PC_{12} = PB + \frac{b}{2}.$$

Позначивши $\beta_1 = \frac{b}{2l_1}$ та $\beta_2 = \frac{b}{2l_2}$, одержимо:

$$v_{C_{11}xy} = v_{Axy} \frac{PC_{11}}{PA} = v_{Axy} \frac{PB - b/2}{PA} = v_{Axy} (\cos \psi_1 - \beta_1 \sin \psi_1);$$

$$v_{C_{12}xy} = v_{Axy} \frac{PC_{12}}{PA} = v_{Axy} (\cos \psi_1 + \beta_1 \sin \psi_1); \quad (2)$$

$$v_{C_{21}x} = v_{Axy} \frac{PC_{21}}{PA} = v_{Axy} (\cos \psi_2 - \beta_2 \sin \psi_2);$$

$$v_{C_{22}x} = v_{Axy} \frac{PC_{22}}{PA} = v_{Axy} (\cos \psi_2 + \beta_2 \sin \psi_2).$$

Це рівняння неголомних зв'язків, що забезпечують кочення коліс у своїх площинах.

Для кутів ψ_1 і ψ_2 очевидні формули:

$$\sin \psi_1 = \frac{l_1}{PA} = \frac{l_1}{\sqrt{PB^2 + l_1^2}} = \frac{(l_1/PB)}{\sqrt{1 + (l_1/PB)^2}};$$

$$\sin \psi_2 = \frac{l_2}{PA} = \frac{l_2}{\sqrt{PE^2 + l_2^2}} = \frac{(l_2/PE)}{\sqrt{1 + (l_2/PE)^2}},$$

але

$$\frac{l_1}{PB} = \frac{l_1 \sin \psi}{l_2 + l_1 \cos \psi}, \quad \frac{l_2}{PE} = \frac{l_2 \sin \psi}{l_1 + l_2 \cos \psi}.$$

Тому

$$\psi_1 = \arcsin \frac{\sin \psi}{\sqrt{\sin^2 \psi + (\alpha_2 + \cos \psi)^2}}, \quad (3)$$

$$\psi_2 = \arcsin \frac{\sin \psi}{\sqrt{\sin^2 \psi + (\alpha_1 + \cos \psi)^2}},$$

де $\alpha_1 = \frac{l_1}{l_2}, \alpha_2 = \frac{l_2}{l_1}$.

Запропоновані формули (2; 3) не вироджуються при $\psi=0$. Точки взаємодії коліс із ґрунтом є миттєво нерухливими, тому:

$$\omega_{11} = \dot{\phi}_{11} = \frac{v_{C_{11}xy}}{z_{C_{11}}}, \omega_{12} = \dot{\phi}_{12} = \frac{v_{C_{12}xy}}{z_{C_{12}}}, \omega_{21} = \dot{\phi}_{21} = \frac{v_{C_{21}x}}{z_{C_{21}}}, \omega_{22} = \dot{\phi}_{22} = \frac{v_{C_{22}x}}{z_{C_{22}}}.$$

Вектор \vec{v}_{Axy} являє собою проекцію вектора швидкості шарніра повороту на площину рами. Очевидно, його можна знайти через компоненти вектора абсолютної швидкості центра мас ($\dot{X}_A, \dot{Y}_A, \dot{Z}_A$), скориставшись матрицею повороту S_{abc}^{cb} [5] від абсолютної системи координат до пов'язаної з трактором головної (але не центральної!) системи координат (позначеної на рис. 2, як $Axyz$ – «зв'язана»), формула для компонентів якої має вигляд:

$$S_{abc}^{cb} = \begin{bmatrix} s_{11} & s_{12} & s_{13} \\ s_{12} & s_{22} & s_{23} \\ s_{31} & s_{23} & s_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_\beta C_\gamma + S_\alpha S_\beta S_\gamma & C_\alpha S_\gamma & -S_\beta C_\gamma + S_\alpha C_\beta S_\gamma \\ S_\alpha S_\beta C_\gamma - C_\beta S_\gamma & C_\alpha C_\gamma & S_\alpha C_\beta C_\gamma + S_\beta S_\gamma \\ C_\alpha S_\beta & -S_\alpha & C_\alpha C_\beta \end{bmatrix},$$

де $C_\alpha = \cos \alpha, C_\beta = \cos \beta, C_\gamma = \cos \gamma, S_\alpha = \sin \alpha, S_\beta = \sin \beta, S_\gamma = \sin \gamma$.

Отже, одержимо:

$$\vec{v}_{Axy} = \begin{bmatrix} s_{11} & s_{12} & s_{13} \\ s_{21} & s_{22} & s_{23} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{X}_A \\ \dot{Y}_A \\ \dot{Z}_A \end{bmatrix}. \quad (4)$$

Виразивши складову швидкості шарніра через кутову швидкість ω_z ,

$$v_{Axy} = \omega_z \cdot PA,$$

отримаємо:

$$\vec{v}_{Axy} = (\dot{\gamma} - \dot{\beta} \sin \alpha) \cdot PA \begin{bmatrix} \cos \psi \\ \sin \psi \end{bmatrix}. \quad (5)$$

Прирівнюючи праві частини рівнянь (4) і (5), розв'язуючи отримані рівняння відносно \dot{X}_A , \dot{Y}_A , отримаємо:

$$\dot{X}_A = \frac{[PA(\dot{\gamma} - \dot{\beta} \sin \alpha) \cos(\gamma + \psi) + \dot{Z}_A \sin \beta]}{\cos \beta}, \quad (6)$$

$$\dot{Y}_A = \frac{PA(\dot{\gamma} - \dot{\beta} \sin \alpha) [\cos \beta \sin(\gamma + \psi) - \sin \alpha \sin \beta \cos(\gamma + \psi)] - \dot{Z}_A \sin \alpha}{\cos \alpha \cos \beta}.$$

Таким чином, у трактора шарнірно з'єднаного компоунання 10 узагальнених координат. З урахуванням неголономних зв'язків, рівняння яких представлені формулами (2) і (6), у цієї системи 4 степені вільності. Рівняння (2) та (6) дозволяють одержати вираження *шести залежних* узагальнених швидкостей (залежних варіацій узагальнених координат) від *інших незалежних*.

Висновки. 1. У роботі одержані залежності кінематичних зв'язків, кутів зламу піврам і швидкостей коліс трактора шарнірно з'єднаного компоунання при повороті. 2. У чотириколісного трактора 10 узагальнених координат. З урахуванням неголономних зв'язків динамічна система має чотири ступені вільності. 3. Для трактора шарнірно з'єднаного компоунання одержані рівняння шести залежних узагальнених швидкостей (залежних варіацій узагальнених координат) від інших незалежних.

Бібліографічний список

1. Щербак О. В. Розробка та обґрунтування раціональних параметрів з'єднально-керуючого модуля фронтального навантажувача : автореф. дис. на здобуття наук. ступеня канд. техн. наук О. В. Щербак. – Харків, 1999. – 22 с.
2. Авдеев В. М. Устойчивость и управляемость движения колесного шарнирно-сочлененного трактора по грунту в составе сельскохозяйственного агрегата : автореф. дис. на соискание ученой степени канд. техн. наук / В. М. Авдеев. – Харьков, 1985. – 22 с.
3. Красовских В. С. Результаты исследования почвообрабатывающего посевного тягово-транспортного агрегата [Текст] / В. С. Красовских, Н. Н. Бережнов // Вестник АГАУ. – 2007. – № 4(30). – С. 57-62.
4. Manoj K. Modeling, identification and analysis of tractor and single axle towed implement system / K. Manoj. – Iowa State University, 2009. – 246 p.
5. Алексеев К. Б. Управление космическими летательными аппаратами / К. Б. Алексеев, Г. Г. Бебенин. – М. : Машиностроение, 1974. – 340 с.

Антощенко Р. Визначення кінематичних зв'язків, кута зламу піврам і швидкостей коліс трактора шарнірно з'єднаного компоунання

У роботі розглядається динаміка колісного трактора шарнірно з'єднаного компоунання на прикладі тракторів серії ХТЗ-170. Обґрунтовуються залежності

кінематичних зв'язків, кута зламу піврам і швидкості коліс трактора із шарнірно з'єднаною рамою при повороті. Для цього чотириколісного трактора визначена кількість узагальнених координат і з урахуванням неголономних зв'язків кількість степенів вільності. Також отримано рівняння шести залежних узагальнених швидкостей (залежних варіацій узагальнених координат) від інших незалежних. Запропоновані рівняння не вироджуються в разі прямолінійного руху трактора.

Ключові слова: трактор, кінематичні зв'язки, швидкості, кут зламу.

Antoschenkov R. Determination the kinematic constraints, angle of articulation and the speed of the wheels tractor of articulated layout

This paper considers the dynamics of the wheel tractor articulated linking the example series tractors XT3-170. Justified depending kinematic constraints, articulation angle and speed of the wheels of the tractor with the hinge-connected frame when turning. For this four-wheel tractor determined the number of generalized coordinates, and taking into account the non-holonomic constraints, the number of degrees of freedom. Also, the resulting equations six dependent generalized velocities (dependent variations of the generalized coordinates) from other independent. The proposed equation kinematic constraints do not degenerate in rectilinear motion of the tractor.

Key words: tractor, kinematic constraints, speed, angle fracture.

Антощенко Р. Определение кинематической связи, угла излома полурам и скоростей колес трактора шарнирно-сочленённой компоновки

В работе рассматривается динамика колесного трактора шарнирно-сочленённой компоновки на примере тракторов серии XT3-170. Обосновываются зависимости кинематических связей, угла излома полурам и скорости колес трактора с шарнирно-соединенной рамой при повороте. Для данного четырехколесного трактора определено количество обобщенных координат и с учетом неголономных связей количество степеней свободы. Также получены уравнения шести зависимых обобщенных скоростей (зависимых вариаций обобщенных координат) от других независимых. Предложенные уравнения кинематических связей не вырождаются при прямолинейном движении трактора.

Ключевые слова: трактор, кинематические связи, скорости, угол излома.