

## МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ГЕОМЕТРИЧНИХ ПАРАМЕТРІВ НАСІНИН ПШЕНИЦІ

*Р. Кузьмінський, д. т. н., О. Соколовський, к. т. н., Р. Шеремета*  
*Львівський національний аграрний університет*

**Постановка проблеми.** Насінина як біологічний матеріал дуже мінлива. Геометричні параметри насінин різних культур необхідно знати для проведення процесу сепарації. Переважно розглядають два її параметри, довжину і ширину, оскільки товщина подібна до ширини насінин. Крім того, у літературі подають дані лише про зміни параметрів, а треба встановлювати не межі зміни, а закон їх розподілу.

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** Дослідники багатьох країн вивчали геометричні параметри різних насінин. Зоерема S. Gursoy [2], М. Karimi [6] і А. Tabatabaeefar [5] розглядали геометричні параметри насінин пшениці як випадкові величини, М. Karimi використав двовимірний розподіл для опису геометричних параметрів родзинок [3]. За результатами статистичної обробки результатів вимірювань геометричних параметрів насінин озимої пшениці сорту Смуглянка встановлені статистичні розподіли довжини, ширини і товщини окремих насінин [4]. Проте для забезпечення якісного процесу сепарування важливо отримати двовимірні розподіли геометричних параметрів [1].

**Постановка завдання.** Наше завдання – визначити розподіл геометричних параметрів насінин пшениці за результатами експериментальних досліджень.

**Виклад основного матеріалу.** Геометричні параметри насінин пшениці визначали вимірюванням довжини ( $l$ ), ширини ( $b$ ) і товщини ( $h$ ). Розміри 100 випадково вибраних насінин пшениці сорту Смуглянка вимірювали із застосуванням електронного штангенциркуля ШЦЦ-І-150 ГОСТ 166-89 з ціною поділки 0,01 мм.

Значення деяких характеристик насінин пшениці сорту Смуглянка і порівняння результатів розподілу наведені в табл. 1.

Таблиця 1

Деякі характеристики насіння пшениці сорту Смуглянка

Характеристика	Кількість вимірювань	Середнє значення	Діапазон вимірювань	Середнє квадратичне відхилення
Довжина, мм	100	6,75	5,9-7,5	0,3592
Ширина, мм	100	3,23	2,39-3,94	0,3105
Товщина, мм	100	2,85	2,28-3,47	0,2627

Для статистичної обробки результатів вимірювання насінин пшениці

використано розподіл Вейбулла.

Функція щільності ймовірності Вейбулла має такий вигляд:

$$f(x) = \left(\frac{\alpha}{\beta}\right) \left(\frac{x-\gamma}{\beta}\right)^{\alpha-1} \exp\left[-\left(\frac{x-\gamma}{\beta}\right)^\alpha\right], \quad (1)$$

а її інтегральна функція розподілу:

$$F(x) = 1 - e^{-\left[\left(\frac{x-\gamma}{\beta}\right)^\alpha\right]}, \quad (2)$$

де  $\alpha$ ,  $\beta$  і  $\gamma$  – коефіцієнти розподілу, що враховують відповідно форму, масштаб і розміщення параметрів розподілу Вейбулла;

$x$  – незалежна змінна відповідно довжини або ширини насінин пшениці.

Основні параметри розподілу Вейбулла для кожного вимірювання (довжина і ширина) з отриманням емпіричної моделі показані в табл. 2.

Таблиця 2

Параметри розподілу Вейбулла

Параметр насінини	Параметри		
	$\alpha$	$\beta$	$\gamma$
Довжина	18,3715	6,9059	0
Ширина	12,0952	3,3656	0

Інтегральні функції щільності розподілу Вейбулла для довжини (1) і ширини (2) такі:

$$F(l_i) = 1 - e^{-\left[\left(\frac{l_i-0}{6.9059}\right)^{18.3715}\right]}, \quad (3)$$

$$F(b_i) = 1 - e^{-\left[\left(\frac{b_i-0}{3.3656}\right)^{12.0952}\right]}. \quad (4)$$

На рис. 1 зображені гістограми функції щільності ймовірності для довжини і ширини насінин пшениці.

Використання як інструменту програми критерію Колмогорова-Смирнова для насінин пшениці показало, що значення розподілу Вейбулла менші за абсолютною величиною, а отже, більше підходять, ніж застосування нормального розподілу (табл. 3).

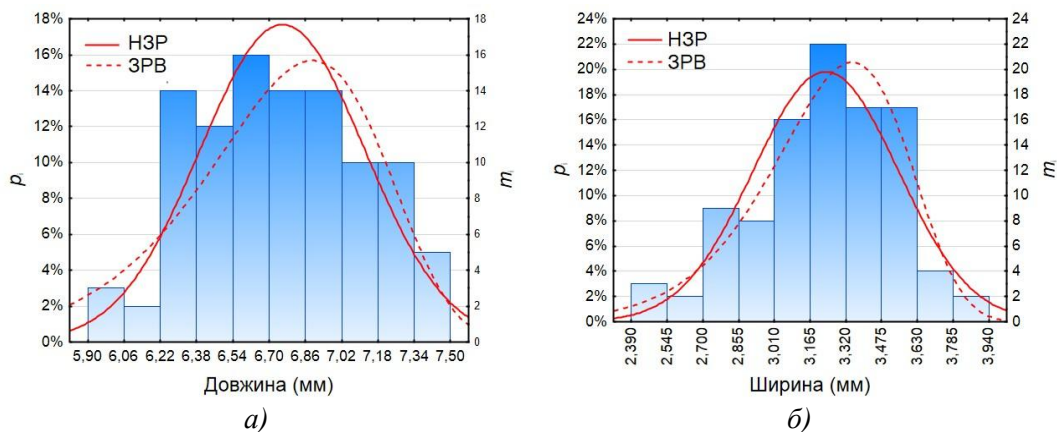


Рис. 1. Гістограма і функції щільності розподілу ймовірності довжини (а) і ширини (б) насінин пшениці (для вмісту вологи 14,37%).

Розглядаючи довжину і ширину як незалежні випадкові величини, на підставі функцій (3) і (4) можна записати модель двовимірного розподілу:

$$F(l, b) = F(l)F(b), \quad (5)$$

$$F(l, b) = \left( 1 - e^{-\left[ \left( \frac{l-0}{6.9059} \right)^{18.3715} \right]} \right) \left( 1 - e^{-\left[ \left( \frac{b-0}{3.3656} \right)^{12.0952} \right]} \right). \quad (6)$$

Таблиця 3

Порівняння розподілу геометричних параметрів за критерієм Колмогорова-Смирнова  $\lambda$

Параметр насінини	Закон розподілу	
	нормальний (НЗР)	Вейбулла (ЗРВ)
Довжина	1,47	0,876
Ширина	2,392	0,414

Результати рівняння (6) графічно подані на рис. 2, 3.

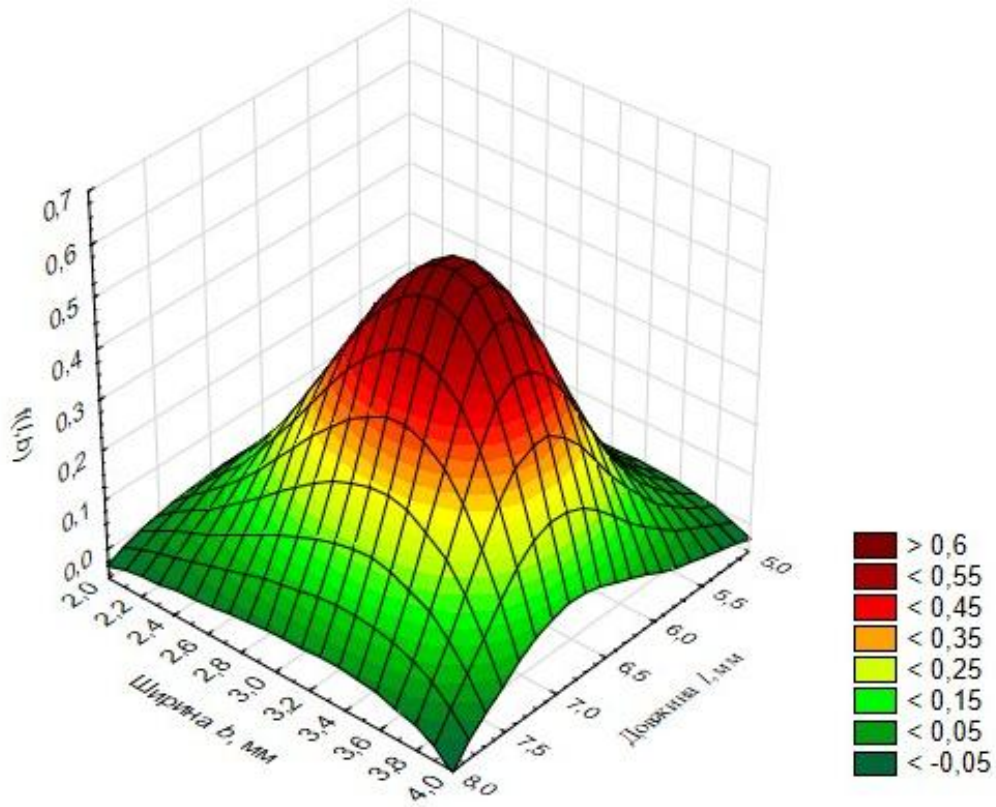


Рис. 2. Функція щільності розподілу довжини і ширини насінин.

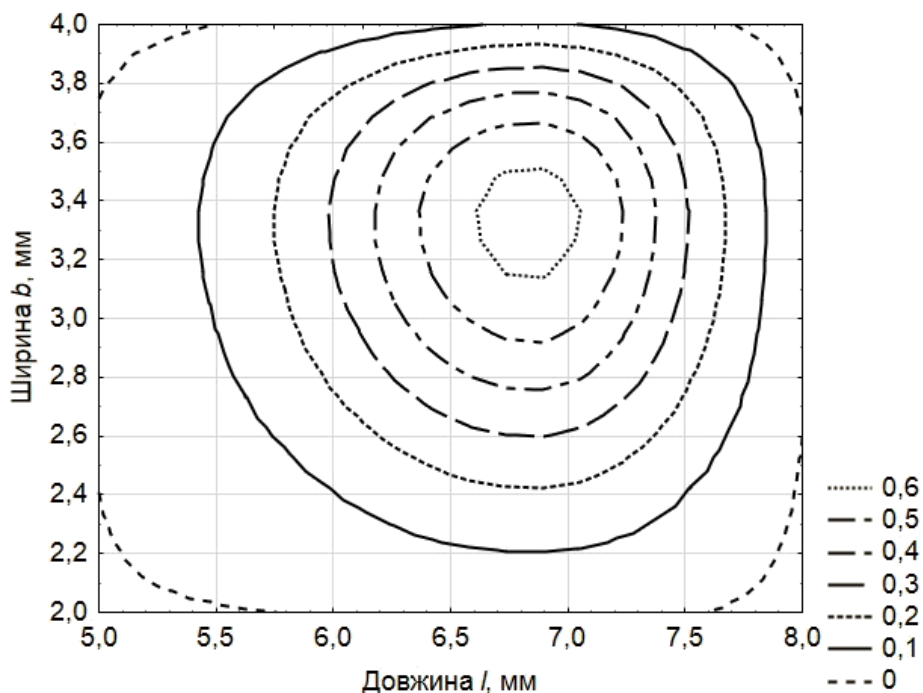


Рис. 3. Лінії рівнів розподілу довжини і ширини насінин.

**Висновки.** Використання двовимірного розподілу геометричних параметрів сприятиме підвищенню якості процесів сепарації. Отримані результати можуть бути також корисними під час розрахунку і проектування технологічного обладнання для переробки та зберігання зерна.

#### Бібліографічний список

1. Кузьмінський Р. Д. Моделювання геометричних параметрів насінин сільськогосподарських культур з використанням багатовимірних розподілів / Р. Д. Кузьмінський, О. Р. Соколовський, Р. Б. Шеремета // Роль науки у підвищенні технологічного рівня і ефективності АПК України : тези IV Міжнар. наук.-практ. конф., 15-16 трав. 2014 р. – Тернопіль, 2014 – С. 91-94.
2. Gursoy S. Determination of Physical Properties of Some Agricultural Grains / S. Gursoy, E. Guzel // Res. J. Appl. Sci. Eng. Technol. – 2010. – 2 (5). – P.492-498.
3. Karimi M. Modelling of raisin berries by some physical and statistical characteristics / M. Karimi // Int. Agrophys. – 2011. – № 25. – P. 141-147.
4. Sokolovskiy O. Effect of relative humidity on the geometrical parameters of the seeds of wheat and rye / O. Sokolovskiy, R. Kuz'minskiy, R. Sheremeta // Motorization and power industry in agriculture. Motrol – 2012. Lublin, 2012. – Т. 14. – P. 65 - 70.
5. Tabatabaefar A. Moisture-dependent physical properties of wheat / A. Tabatabaefar // Int. Agrophysics Polish Academy Sciences. – 2003. – 17. – P. 207-211.
6. The effect of moisture content on physical properties of wheat / M. Karimi, K. Kheiralipour, A. Tabatabaefar [et al.] // Pakistan J. Nutrition. – 2009. – P. 90-95.

**Кузьмінський Р., Соколовський О., Шеремета Р. Математична модель геометричних параметрів насінин пшениці**

Для процесу сепарування насінин різних рослин найважливішим є визначення їх геометричних параметрів. Довжину, ширину і товщину в загальному випадку слід розглядати як випадкові величини. Тому важливо встановити статистичні розподіли геометричних параметрів насінин пшениці за результатами їх експериментальних вимірювань. На підставі статистичного аналізу результатів отримано двовимірний розподіл геометричних параметрів, перевірка якого за критеріями згоди не дала підстави для його відхилення. При цьому розподіл Вейбулла точніше описує геометричні показники насінин, ніж нормальний розподіл.

**Ключові слова:** насіння пшениці, геометричні параметри, моделювання, випадкові величини, функція розподілу.

**Kuz'minskii R., Sokolovsky O., Sheremeta R. Mathematic model of the geometric parametres seeds of wheat**

Process for separation of seeds of various plants is the most important determination of their geometrical parameters. Length, width and thickness in the general case should be treated as random variables. It is therefore important to establish the statistical distribution of geometric parameters of wheat seeds on the results of their experimental measurements. Based on statistical analysis of the results obtained by the two-dimensional distribution of the geometric parameters, check that the criteria for consent not given a reason for his departure. In this case the Weibull distribution more accurately describes the geometric indexes of seeds than the normal distribution.

**Key words:** wheat seeds, and geometric parameters, Simulation, the random value, the distribution function.

**Кузьминский Р., Соколовский О., Шеремета Р. Математическая модель геометрических параметров семян пшеницы**

Для процесса сепарирования семян различных растений важнейшим является определение их геометрических параметров. Длину, ширину и толщину в общем случае следует рассматривать как случайные величины. Поэтому важно установить статистические распределения геометрических параметров семян пшеницы по результатам их экспериментальных измерений. На основании статистического анализа результатов получено двухмерное распределение геометрических параметров, проверка которого по критериям согласия не дала повода для его отклонения. При этом распределение Вейбулла точнее описывает геометрические показатели семян, чем нормальное распределение.

**Ключевые слова:** семена пшеницы, геометрические параметры, моделирование, случайные величины, функция распределения.