

**МЕХАНІКО-МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ПРОЦЕСУ РОЗВАНТАЖЕННЯ
ЛОПАТІ БАРАБАННОГО РОБОЧОГО ОРГАНА АЕРАТОРА
ГНОЄ-КОМПОСТНОЇ СУМІШІ**

С. Павленко, к. т. н.

*Запорізький науково-дослідний центр з механізації тваринництва ННЦ «ІМЕСГ»
НААН України*

Постановка проблеми. Фізико-математичний опис технологічних процесів змішування та механічної аерації органічних відходів є достатньо складним, позаяк він охоплює математичний апарат дискретного середовища з неоднорідними та анізотропними фізико-механічними і реологічними властивостями. Тому необхідно комплексно вирішувати проблему щодо створення наукових основ технологічного процесу змішування та механічної аерації органічних відходів.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Теоретичному опису технологічного процесу змішування та механічної аерації присвячено не так багато наукових праць [1; 2; 3]. Їх висновки – вагомий внесок у розвиток теорії фрезерних робочих органів. Одержані залежності допомагають прогнозувати результати при зміні деяких конструктивних та кінематичних параметрів (діаметр та колова швидкість робочих органів, коефіцієнт заповнення). Однак недостатньо досліджені залежності зв'язку між конструктивними і кінематичними параметрами робочих органів та параметрами створених буртів гноє-компостної суміші.

Постановка завдання. Наше завдання – розробити механіко-математичну модель процесу розвантаження лопаті барабанного робочого органа аератора гноє-компостної суміші.

Виклад основного матеріалу. Різноманітні типи робочих органів, які використовуються при аерації гноє-компостної суміші, можна узагальнити у вигляді барабана з радіальним розміщенням лопаток. Для розробки механіко-математичної моделі процесу розвантаження лопаті барабанного робочого органа аератора гноє-компостної суміші приймаємо наступні припущення і спрощення:

- у результаті аналізу конструкцій робочих органів аераторів розглянемо узагальнену плоску задачу у поперечному перерізі (рис. 1);
- лобові поверхні навалочного і сформованого буртів знаходяться під кутами природного укусу до горизонту – α і γ відповідно;
- розвантаження компосту з лопаті робочого органа починається тоді, коли її край виходить з області навалочного бурту;
- вважається недоцільним положення лінії укусу навалочного бурту зліва від осі барабана;
- обрушення навалочного бурту відбувається вздовж площини, нахиленої під кутом природного укусу, і ця площина не є дотичною до барабана, а перетинає його справа від центра.

По-перше, визначимо кут початку розвантаження компосту φ_0 з лопаті барабанного робочого органа аератора. Згідно з рис. 1 процес взаємодії лопаті з буртом розпочинається в точці А, при її нахилі до горизонту β .

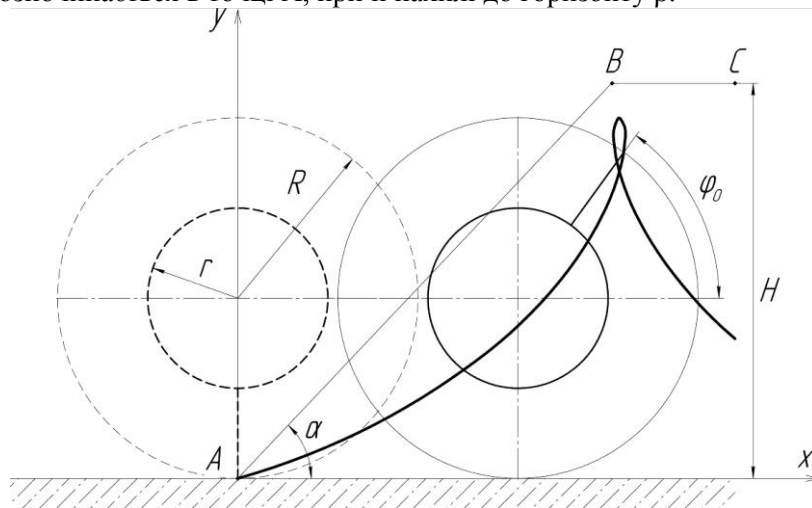


Рис. 1. Розрахункова схема для визначення кута початку розвантаження компосту.

При подальшому русі крайня точка лопаті виконує одночасно поступальний і обертальний рух, описуючи при цьому трохойду (див. рис. 1), рівняння якої можна записати у вигляді [4]:

$$\begin{cases} x(t) = R \sin(\omega t) + Vt, \\ y(t) = R(1 - \cos(\omega t)). \end{cases} \quad (1)$$

де t – час, с;
 x, y – координати точки, м;
 R – зовнішній радіус робочого органа, м;
 ω – кутова швидкість обертання лопаті робочого органа, с^{-1} ;
 V – швидкість поступального руху робочого органа, м/с.

При русі крайньої точки лопаті по трохойді, вона може перетинати пряму AB або BC . Згідно з рис. 1 рівняння прямої AB в обраній системі координат має вигляд:

$$AB: y = x \cdot \operatorname{tg} \alpha, \quad (2)$$

де α – кут природного укосу навалочного бурту до горизонту.
 А рівняння горизонтальної прямої BC можна записати:

$$BC: y = H, \quad (3)$$

де H – висота навалочного бурту, м.
 Розглянемо перший випадок, коли трохойда перетинає пряму AB :

$$\begin{cases} x(t) = R \sin(\omega t) + Vt, \\ y(t) = R(1 - \cos(\omega t)), \\ y = x \cdot \operatorname{tg} \alpha. \end{cases} \quad (4)$$

Розв'язком системи рівнянь (4) є $t = t_1$.

Для другого випадку, коли трохоїда перетинає пряму BC , система рівнянь має вигляд:

$$\begin{cases} x(t) = R \sin(\omega t) + Vt, \\ y(t) = R(1 - \cos(\omega t)), \\ y = H. \end{cases} \quad (5)$$

Розв'язком системи рівнянь (5) є $t = t_2 = \frac{1}{\omega} \arccos\left(1 - \frac{H}{R}\right)$.

Розглянемо наступну умову. Якщо трохоїда перетинає першу пряму AB , то $t_1 < t_2$, в іншому випадку буде $t_1 \geq t_2$:

$$\begin{aligned} t_1 < t_2 \rightarrow t = t_1 \Rightarrow \varphi_0 &= \omega t_1 - \frac{\pi}{2}, \\ t_1 \geq t_2 \rightarrow t = t_2 \Rightarrow \varphi_0 &= \omega t_2 - \frac{\pi}{2}, \end{aligned} \quad (6)$$

де φ_0 – кут початку розвантаження компосту з лопаті робочого органа.

Для узагальнення даних введемо кінематичний коефіцієнт λ і коефіцієнт завантаження робочого органа κ , які визначаються за формулами:

$$\lambda = \frac{\omega R}{V}, \quad (7)$$

$$\kappa = \frac{H}{2R}. \quad (8)$$

Спільне розв'язання систем рівнянь (4)-(6) у програмному пакеті Mathematica із застосуванням вищевказаних коефіцієнтів (7)-(8) дало змогу отримати графічну залежність¹ кута φ_0 початку розвантаження компосту з лопаті робочого органа від кінематичного коефіцієнта λ і коефіцієнта завантаження κ (рис. 2).

На формування бурту істотно впливає кут розкидання матеріалу $\Delta\varphi$ – кут між векторами швидкостей першої V_1 і останньої V_n порцій компосту [5; 6]. Тому другим етапом є дослідження динаміки процесу сходження компосту з лопаті робочого органа. Для цього складемо розрахункову схему (рис. 3).

¹ $\alpha = 0,873$ (50°)

У початковий момент часу лопать знаходиться під кутом φ_0 до горизонту. При цьому порція компосту, яка покидає лопать останньою, має поточну координату $\rho(\varphi)$. Коли $\rho(\varphi_0 + \Delta\varphi) = R$, остання порція покидає лопать. Таким чином, остання порція компосту проходить шлях по всій довжині лопатки $R - r$ за час розвантаження t_p і кут розвантаження $\varphi_0 + \Delta\varphi$.

Диференціальне рівняння руху частки компосту по поверхні лопаті в загальному вигляді має вигляд [7]:

$$m\ddot{\rho} = \sum_i F_i, \quad (9)$$

де m – маса частки компосту, кг;
 ρ – координата переміщення частки компосту, м;
 $\sum_i F_i$ – узагальнена сила, що діє на частку компосту, Н.

На частку компосту діють такі сили:

1) сила тяжіння:

$$G = mg, \quad (10)$$

де G – сила тяжіння, Н;
 g – прискорення вільного падіння, м/с².
 Проекція цієї сили на лопать:

$$G_p = mg \sin(\varphi + \varphi_0), \quad (11)$$

де φ – поточний кут повороту лопаті;

2) відцентрова сила:

$$F_n = m\omega^2\rho, \quad (12)$$

де F_n – відцентрова сила, Н;

3) сила Коріоліса:

$$F_k = 2m\omega\dot{\rho}, \quad (13)$$

де F_k – сила Коріоліса, Н;

4) сила тертя

$$F_f = fN, \quad (14)$$

де F_f – сила тертя, Н;

f – коефіцієнт тертя компосту об матеріал лопаті;

N – нормальна реакція поверхні лопаті, Н;

5) нормальна реакція поверхні лопаті:

$$N = F_k + G \cos(\varphi + \varphi_0). \quad (15)$$

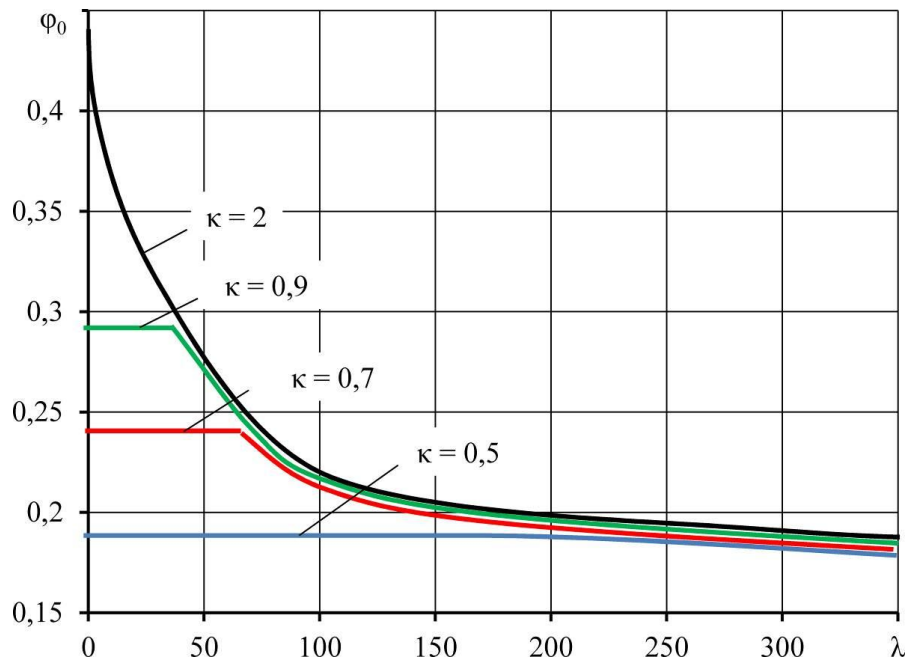


Рис. 2. Залежність кута φ_0 початку розвантаження компосту з лопаті робочого органа від кінематичного коефіцієнта λ і коефіцієнта завантаження κ .

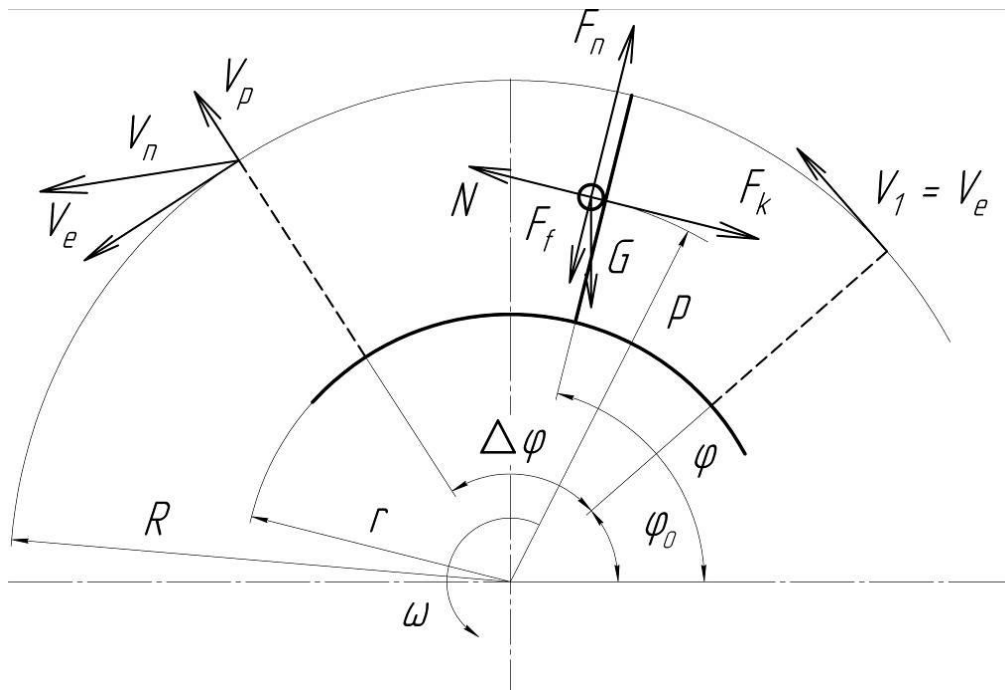


Рис. 3. Розрахункова схема для дослідження динаміки процесу сходження частки компосту з лопаті робочого органа.

Підставивши вирази (10)-(15) в (9), отримаємо:

$$m\ddot{\rho} = m\omega^2\rho - f(2m\omega\dot{\rho} + mg\cos(\varphi + \varphi_0)) - mg\sin(\varphi + \varphi_0). \quad (16)$$

Замінивши φ на ωt , після перетворень отримаємо диференціальне рівняння руху частки компосту по поверхні лопаті:

$$\ddot{\rho} - \omega^2\rho + 2f\omega\dot{\rho} + gf\cos(\omega t + \varphi_0) + g\sin(\omega t + \varphi_0) = 0. \quad (17)$$

Загальний розв'язок рівняння (17) є

$$\rho(t) = \frac{1}{2(1+f^2)\omega^2} e^{-t\omega(f+\sqrt{1+f^2})} \left(2(1+f^2)\omega^2 (C_1 + C_2 e^{-2t\omega\sqrt{1+f^2}}) + \right. \\ \left. + 2e^{t\omega(f+\sqrt{1+f^2})} fg\cos(\omega t + \varphi_0) - e^{t\omega(f+\sqrt{1+f^2})} (f^2-1)g\sin(\omega t + \varphi_0) \right). \quad (18)$$

Узявши похідну за часом від виразу (18), визначаємо швидкість руху матеріалу по лопаті:

$$\dot{\rho}(t) = \frac{1}{2(1+f^2)\omega} e^{-t\omega(f+\sqrt{1+f^2})} \left(-e^{t\omega(f+\sqrt{1+f^2})} (f^2-1)g\cos(\omega t + \varphi_0) - \right. \\ \left. - 2 \left((1+f^2)\omega^2 \left(\sqrt{1+f^2} (C_1 - C_2 e^{2t\omega\sqrt{1+f^2}}) + f(C_1 + C_2 e^{2t\omega\sqrt{1+f^2}}) \right) + e^{t\omega(f+\sqrt{1+f^2})} fg\sin(\omega t + \varphi_0) \right) \right). \quad (19)$$

Початковими умовами (при $t = 0$) будуть

$$\begin{cases} \rho(0) = r, \\ \dot{\rho}(0) = 0. \end{cases} \quad (20)$$

Використовуючи початкові умови (20), визначаємо сталі інтегрування:

$$C_1 = \frac{1}{\omega^3(1+f^2)^{\frac{3}{2}}} 0,5 \left(r\omega^2 \left(-f\omega - f^3\omega + \omega\sqrt{1+f^2} + f^2\omega\sqrt{1+f^2} \right) + \right. \\ \left. + g \left(0,5\omega(1+f^2) - f\omega\sqrt{1+f^2} \right) \cos\varphi_0 + \right. \\ \left. + 0,5g \left(-f\omega - f^3\omega - \omega\sqrt{1+f^2} + f^2\omega\sqrt{1+f^2} \right) \sin\varphi_0 \right), \quad (21)$$

$$C_2 = \frac{1}{\omega\sqrt{1+f^2}} 0,5 \left(\frac{g(0,5(1-f^2)\cos\varphi_0 - f\sin\varphi_0)}{(1+f^2)\omega} + \right. \\ \left. + \omega \left(f + \sqrt{1+f^2} \right) \left(-r + \frac{fg\cos\varphi_0}{(1+f^2)\omega^2} - \frac{0,5(f^2-1)g\sin\varphi_0}{(1+f^2)\omega^2} \right) \right). \quad (22)$$

Враховуючи, що $\varphi = \omega t$:

$$\rho(\varphi) = \frac{1}{2(1+f^2)\omega^2} e^{-\varphi(f+\sqrt{1+f^2})} \left(2(1+f^2)\omega^2 (C_1 + C_2 e^{-2\varphi\sqrt{1+f^2}}) + \right. \\ \left. + 2e^{\varphi(f+\sqrt{1+f^2})} fg \cos(\varphi + \varphi_0) - e^{i\omega(f+\sqrt{1+f^2})} (f^2-1)g \sin(\varphi + \varphi_0) \right), \quad (23)$$

$$\dot{\rho}\varphi = \frac{1}{2(1+f^2)\omega} e^{-\varphi(f+\sqrt{1+f^2})} \left(-e^{\varphi(f+\sqrt{1+f^2})} (f^2-1)g \cos(\varphi + \varphi_0) - \right. \\ \left. - 2 \left((1+f^2)\omega^2 \left(\sqrt{1+f^2} (C_1 - C_2 e^{2\varphi\sqrt{1+f^2}}) + f (C_1 + C_2 e^{2\varphi\sqrt{1+f^2}}) \right) + e^{\varphi(f+\sqrt{1+f^2})} fg \sin(\varphi + \varphi_0) \right) \right), \quad (24)$$

і, підставляючи у вирази (21)-(23) числові значення², отримуємо графічну залежність кута $\varphi_0 + \Delta\varphi$ кінця розвантаження компосту з лопаті робочого органа ($\rho(\varphi) = R$) від кінематичного коефіцієнта λ і коефіцієнта завантаження κ (рис. 4).

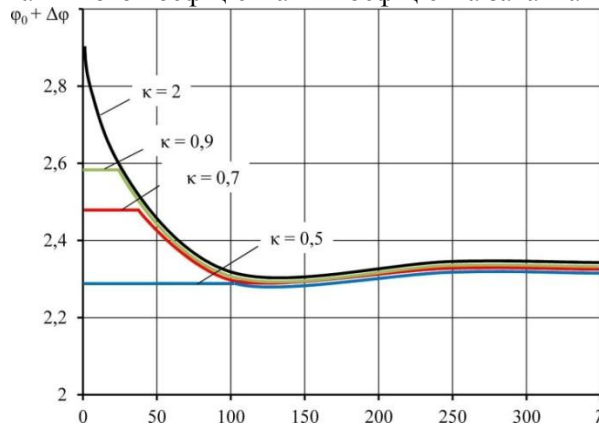


Рис. 4. Залежність кута $\varphi_0 + \Delta\varphi$ кінця розвантаження компосту з лопаті робочого органа від кінематичного коефіцієнта λ і коефіцієнта завантаження κ .

Висновки. У результаті теоретичних досліджень розроблена механіко-математична модель процесу розвантаження лопаті барабанного робочого органа

² $\alpha = 0,873$ (50°); $g = 9.8$ м/с²; $f = 0.8$

аератора гноє-компостної суміші. Отримані залежності кутів розвантаження барабанного компосту з лопаті барабанного робочого органа аератора від кінематичного коефіцієнта λ і коефіцієнта завантаження κ .

Бібліографічний список

1. Шевченко І. А. Механіко-математична модель процесу розвантаження барабанного органу для змішування компостних матеріалів та механічної аерації / Шевченко І. А., Ковязін О. С., Харитонов В. І. // Механізація, екологізація та конвертація біосировини у тваринництві : зб. наук. праць Ін-ту механізації тваринництва УААН. – Запоріжжя : ІМТ УААН, 2008. – Вип.1. – С. 248-265.
2. Шевченко І. А. Обоснование внешнего радиуса барабана аэратора компостных смесей / И. А. Шевченко, А. С. Ковязин, В. И. Харитонов // Технічні системи і технології тваринництва : Вісник Харківського національного технічного університету сільського господарства імені Петра Василенка. – Харків, 2013. – Вип. 132. – С. 292-296.
3. Теоретическое обоснование параметров аэратора компостных смесей / И. А. Шевченко, А. С. Ковязин, В. И. Харитонов, И. Г. Величко // Механізація, екологізація та конвертація біосировини у тваринництві : зб. наук. праць. – Запоріжжя : ІМТ НААН, 2012. – Вип. 2(10). – С. 92-109.
4. Выгодский М. Я. Справочник по высшей математике / М. Я. Выгодский. – М. : Астрель, 2006. – 991 с.
5. Воронков А. А. К теории резания прессованных грубых и силосованных кормов дисковыми рабочими органами / А. А. Воронков, Ю. В. Левитский, В. Г. Стеценков // Исследование и конструирование машин для животноводства и кормопроизводства. – К. : ВНИИживмаш, 1975. – Вып. 1. – С. 38-43.
6. Далин А. Д. Ротационные почвообрабатывающие и землеройные машины / А. Д. Далин, П. В. Павлов. – М. : Машгиз, 1950. – 258 с.
7. Кильчевский Н. А. Курс теоретической механики / Н. А. Кильчевский. – М. : Наука, 1977. – Т. 1. – 480 с.

Павленко С. Механіко-математична модель процесу розвантаження лопаті барабанного робочого органа аератора гноє-компостної суміші

У результаті теоретичних досліджень розроблена механіко-математична модель процесу розвантаження лопаті барабанного робочого органа аератора гноє-компостної суміші. Отримані залежності кутів розвантаження компосту з лопаті барабанного робочого органа аератора від кінематичного коефіцієнта λ і коефіцієнта завантаження κ .

Ключові слова: бурт, гноє-компостна суміш, аерація, барабанний робочий орган, кінематичний коефіцієнт, завантаження.

Pavlenko S. Mechanics and mathematical model of the drum flights relief work body pus-compost aerator mixture

As a result, the theoretical researches the mechanics and mathematical model of the process of unloading the blade drum working body aerator pus-compost mixture. The dependences of the angles unloading compost drum with blades working body of the aerator from the kinematic coefficient λ and the load factor κ .

Key words: shoulder, pus-compost mixture, aeration drum working body, the kinematic factor loading.

Павленко С. Механико-математическая модель процесса разгрузки лопасти барабанного рабочего органа аэратора гное-компостной смеси

В результате теоретических исследований разработана механико-математическая модель процесса разгрузки лопасти барабанного рабочего органа аэратора гное-компостной смеси. Получены зависимости углов разгрузки компоста с лопасти барабанного рабочего органа аэратора от кинематического коэффициента λ и коэффициента загрузки k .

Ключевые слова: борт, гное-компостная смесь, аэрация, барабанный рабочий орган, кинематический коэффициент, загрузка.