

неидеального механічних контактів между середой и включением при растяжении.

**Ключевые слова:** потенциалные функции, трансверсально-изотропная среда, контакт, сфероид, поле напряжений.

УДК 624.012.36

**ВИКОРИСТАННЯ ТЕОРІЇ ПОВЕРХОНЬ ДРУГОГО ПОРЯДКУ  
ДЛЯ ПРОЕКТУВАННЯ ДАШКА ВХОДУ АДМІНІСТРАТИВНОЇ  
БУДІВЛІ ПО ВУЛ. ЧМОЛИ У М. ЛЬВОВІ**

*О. Гнатюк, к.т.н., В. Косарчин, к.ф.-м.н., Я. Фамуляк, к. т. н.  
Б. Задорожний, старший викладач  
Львівський національний аграрний університет*

**Постановка проблеми.** У проекті адміністративної будівлі по вул. Чмоли у м. Львові для підкреслення естетичності та художньої виразності фасаду було запропоновано дашок головного входу виконати у вигляді криволінійної поверхні (рис. 1). Для конструкції такого типу виникає комплекс технологічних проблем – влаштування криволінійної опалубки для залізобетонної конструкції чи виготовлення попередньо зігнутих металевих профілів або дерев'яних балок. Запропоновано конструкцію дашка у вигляді гіперболічного параболоїда (гіпара). Гіпар є подвійною лінійчатою поверхнею, через кожну його точку можна провести дві прямі, які будуть лежати на цій криволінійній поверхні, і це дає змогу використати прямолінійні елементи будівельних конструкцій для її виготовлення.

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** Поряд із найдавнішими стрижневими стійко-балковими системами каркасних будинків зі середини ХХ ст. впроваджені просторові перехресні стрижневі системи у формі гіперболічного параболоїда (гіпара) [1]. Найчастіше їх застосовують у вигляді несучих конструкцій покриття будівель і споруд – оболонки великих, середніх та малих прогонів різноманітних контурів, у різних поєднаннях, із різними принципами статичної роботи, виконаних із різних матеріалів.

У працях Ф. Кандели та інших інженерів-архітекторів (Сарже, Нерві, Торроха) гіпари використовують досить доцільно й ефективно не тільки в покриттях споруд, а й для влаштування опор, фундаментів, перекриттів тощо [2]. Є випадки застосування гіпара й у вигляді стінових панелей (гараж у Детройті, арх. Л. Кан). Великий інтерес, викликаний до гіпара, пояснюють особливими архітектурно-будівельними властивостями, які витікають із

специфіки їх поверхні.

Застосування залізобетону й металу для склепінь-оболонок позитивної та негативної гаусової кривизни дає змогу робити їх дуже легкими і створювати нові архітектурні форми [3; 4]. Спільна просторова робота пересічних лінійних елементів істотно підвищує жорсткість конструкції.



Рис. 1. Головний фасад офісної будівлі по вул. Чмоли у м. Львові

**Постановка завдання.** За вихідними параметрами проєктованого дашка головного входу адміністративної будівлі (розміри у плані  $6,6 \times 3,0$  м, стрілка підйому  $f = 1,0$  м) необхідно було спроектувати лінійчатую несучу конструкцію у вигляді гіперболічного параболоїда (гіпара). Для її розрахунку було застосовано теорію поверхонь другого порядку.

**Виклад основного матеріалу.** Гіпар – лінійчатая поверхня двоякої рівнозначної кривизни. Двояка рівнозначна кривизна забезпечує жорсткість конструкції, наближує її поверхню до поверхні рівного опору, найоптимальнішої з позиції статички, надає конструкції динаміки конфігурації. Окрім того, двояка кривизна покриття істотно підвищує його експлуатаційні властивості: забезпечує водостік, здуття снігу тощо.

Влаштування покриття із поєднань елементів у вигляді гіпара характерні неабиякими композиційними можливостями. Це зумовлено тим,

що елементи таких покриттів можуть у різні способи поєднуватися відповідно до статичних принципів роботи і надавати споруді своєрідності й художньої виразності.

Канонічне рівняння гіперболічного параболоїда має вигляд [5]:

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = z. \quad \dots\dots\dots (1)$$

Для знаходження рівнянь твірних, які проходять через кожну точку заданої поверхні й лежать на ній, запишемо (1) у вигляді

$$\left(\frac{x}{a} - \frac{y}{b}\right)\left(\frac{x}{a} + \frac{y}{b}\right) = \lambda \frac{1}{\lambda} z, \quad (2)$$

де  $\lambda$  — довільний, відмінний від нуля параметр. Для знаходження першої твірної запишемо (2) у вигляді системи

$$\begin{cases} \left(\frac{x}{a} - \frac{y}{b}\right) = \lambda z \\ \left(\frac{x}{a} + \frac{y}{b}\right) = \frac{1}{\lambda} \end{cases} \quad \dots\dots (3)$$

Підставивши у (3) координати конкретної точки  $M_0(x_0, y_0, z_0)$ , визначаємо значення  $\lambda_0$  параметра  $\lambda$ . Тоді рівняння першої прямої запишеться як перетин двох площин

$$\begin{cases} \frac{1}{a}x - \frac{1}{b}y - \lambda z = 0 \\ \frac{1}{a}x + \frac{1}{b}y - \frac{1}{\lambda}z = 0 \end{cases} \quad \dots\dots (4)$$

Канонічне рівняння прямої матиме вигляд

$$\frac{x-x_0}{\frac{\lambda}{a}} = \frac{y-y_0}{-\frac{\lambda}{b}} = \frac{z-z_0}{\frac{2}{ab}}. \quad (5)$$

Аналогічним способом рівняння другої твірної одержуємо зі системи

$$\begin{cases} \left(\frac{x}{a} - \frac{y}{b}\right) = \frac{1}{\mu} \\ \left(\frac{x}{a} + \frac{y}{b}\right) = \mu z \end{cases} \quad (6)$$

За зазначеним алгоритмом розрахована й побудована лінійна несуча конструкція дашка, що має форму гіпара з такими вихідними параметрами: довжина  $a = 3$  м і ширина  $2b = 6,6$  м. За віссю  $Ox$  було вибрано крок  $h_x = 1$  м,

а за віссю  $Oy$   $h_y = 1,1$  м, величина  $z_0$  визначалася з (1). У результаті була одержана просторова лінійчаста конструкція, яка в горизонтальному плані має вигляд (рис. 2).

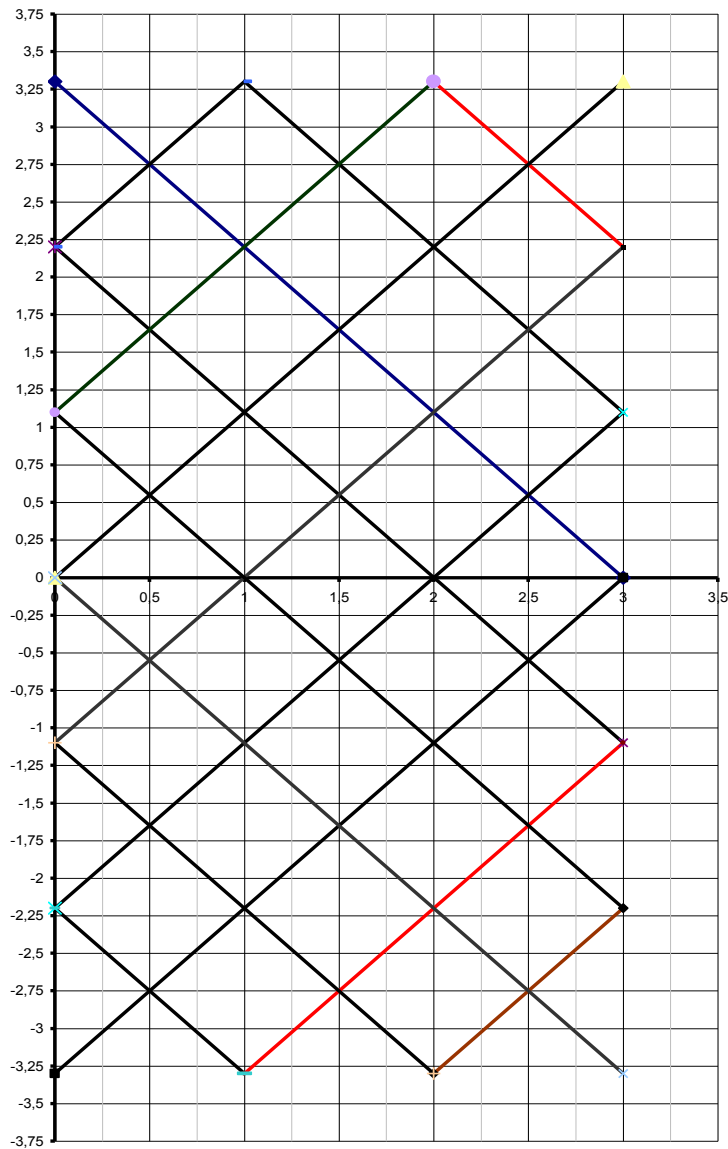


Рис. 2. План розташування несучих балок дашка

**Висновки.** Використання теорії поверхонь другого порядку дало змогу запроекувати дашок входу в адміністративний будинок у вигляді

криволінійної поверхні гіпара із застосуванням прямолінійних елементів будівельних конструкцій.

Запроектований дашок є простим у виготовленні та відповідає всім вихідним параметрам криволінійної поверхні.

Запропонована математична модель дає змогу проектувати дашки входу чи інші подібні конструкції довільних форми й розмірів.

#### **Бібліографічний список**

1. Михайленко В. Е. Формообразование оболочек в архитектуре / В. Е. Михайленко, В. С. Обухова, А. Л. Подгорный. – К. : Будівельник, 1972. – 205 с.
2. Купар А. К. Гипары в архитектуре (классификация по геометрическому признаку) / А. К. Купар // Строительство и архитектура : труды Моск. конф. молодых ученых. – М. : Наука, 1968. – С. 15-21.
3. Бармашина Л. М. Теорія архітектури / Л. М. Бармашина, В. І. Васильченко, О. М. Петрушевський : навч. посібн. – К. : Вид-во Нац. авіац. ун-ту «НАУ-друк», 2010. – 172 с.
4. Боднар О. Я. Золотий переріз і неевклідова геометрія у науці і мистецтві / О. Я. Боднар. – Львів : Укр. технології, 2004. – 258 с.
5. Борисенко О. А. Аналітична геометрія : навч. посібник для університетів / О. А. Борисенко, Л. М. Ушакова. – Харків : Основа, 1993. – 192с.

#### **Гнатюк О., Косарчин В., Фамуляк Я., Задорожний Б. Використання теорії поверхонь другого порядку для проектування дашка входу адміністративної будівлі по вул. Чмоли у м. Львові**

Запроектовано дашок входу в адміністративний будинок у вигляді криволінійної поверхні гіпара з використанням теорії поверхонь другого порядку із застосуванням прямолінійних елементів будівельних конструкцій.

**Ключові слова:** дашок входу, криволінійна поверхня, гіперболічний параболоїд, подвійна лінійчата поверхня, система рівнянь.

#### **Hnatyuk O., Kosarchyn V., Famuliak Ja., Zadorozhnyy B. Using the theory of surfaces of the second order for the design entrance visor to the administrative building on the street Chmoly in Lviv**

The entrance visor of the office building in a curved surface hipar using the theory of second-order surfaces using rectilinear elements of building structures.

**Key words:** entrance visor, curved surfaces, hyperbolic paraboloid, double ruled surface, the system of equations.

#### **Гнатюк О., Косарчин В., Фамуляк Я., Задорожний Б. Использование теории поверхностей второго порядка для**

**проектирования козырька входа административного здания по ул. Чмолы в г. Львове**

Запроектирован козырёк входа в административное здание в виде криволинейной поверхности гипара с использованием теории поверхностей второго порядка с применением прямолинейных элементов строительных конструкций.

**Ключевые слова:** козырёк входа, криволинейная поверхность, гиперболический параболоид, двойная линейчатая поверхность, система уравнений.

УДК 512.552.13

**ОБЧИСЛЕННЯ ЕЛЕМЕНТАРНИХ ДІЛЬНИКІВ  
ЦІЛОЧИСЕЛЬНИХ МАТРИЦЬ**

*Б. Кузніцька, к.ф.-м.н.*

*Львівський національний аграрний університет*

**Постановка проблеми.** Дослідження питання про обчислення елементарних дільників матриць займає важливе місце в алгебраїчній теорії. Опишемо алгоритм обчислення елементарних дільників матриці, знаючи їх факторизацію.

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** Нормальна форма Сміта (НФС) відіграє велику роль у теорії скінченних абелевих груп і в теорії скінченно породжених модулів над кільцем головних ідеалів. Для багатьох застосувань, таких як знаходження цілочисельних розв'язків систем лінійних рівнянь з цілими коефіцієнтами, важливе також знаходження матриць переходу, що описують використані унімодулярні операції. Є чимало алгоритмів для ефективного обчислення НФС, але більшість із них – лише для кілець  $Z$  або  $F[x]$ . Деякі з цих алгоритмів імовірнісні ([1] для  $R=Z$ , [2] для  $R=F[x]$ ). Детерміновані алгоритми для  $R=Z$  зазвичай використовують методи для модулів [3]. На жаль, ці алгоритми не можуть забезпечити нам вигляд матриць перетворень.

**Постановка завдання.** Наше завдання – описати алгоритм, який обчислює для заданої цілочисельної матриці заданого рангу та деякого простого числа  $p$  його кратності у факторизаціях елементарних дільників цієї матриці.

**Виклад основного матеріалу.** Нехай  $A$  – це цілочисельна  $m \times n$  матриця рангу  $r$ . Позначимо рядки матриці  $a_1, \dots, a_m$ .